

SOCIETÀ NAZIONALE DI SCIENZE LETTERE E ARTI IN NAPOLI

RENDICONTO
DELL'ACCADEMIA DELLE SCIENZE
FISICHE E MATEMATICHE

SERIE IV - VOL. LXX - ANNO CXLII

(2003)



LIGUORI EDITORE

SOCIETÀ NAZIONALE DI SCIENZE LETTERE E ARTI IN NAPOLI

RENDICONTO
DELL'ACCADEMIA DELLE SCIENZE
FISICHE E MATEMATICHE

SERIE IV - VOL. LXX - ANNO CXLII

(2003)

LIGUORI EDITORE

Il presente volume è stato realizzato con il contributo della Regione Campania e del Ministero per i Beni Culturali

Tutti i diritti sono riservati. Nessuna parte di questa pubblicazione può essere tradotta, riprodotta, copiata o trasmessa senza l'autorizzazione scritta dell'editore. Fotocopie per uso personale del lettore possono essere effettuate nei limiti del 15% di ciascun volume/fascicolo di periodico dietro pagamento alla SIAE del compenso previsto dall'art. 68, comma 4, della legge 22 aprile 1941 n. 633 ovvero dall'accordo stipulato tra SIAE, AIE, SNS e CNA, CONFARTIGIANATO, CASA, CLAAI, CONFCOMMERCIO, CONFESERCENTI il 18 dicembre 2000. Le riproduzioni ad uso differente da quello personale potranno avvenire, per un numero di pagine non superiori al 15% del presente volume, solo a seguito di specifica autorizzazione rilasciata da AIDRO, via delle Erbe 2, 20121 Milano, telefax 02 809506, e-mail aidro@iol.it.

Prima edizione italiana Dicembre 2003
Liguori Editore, Srl
via Posillipo 394
I 80123 Napoli

<http://www.liguori.it>

Copyright © Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche 2003

Napoli : Liguori, 2003
ISBN 88 - 207 - 3666 - 7

Ristampe:

9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 2011 2010 2009 2008 2007 2006 2005 2004

Questo volume è stato stampato in Italia dalle Officine Grafiche Liguori - Napoli su carta inalterabile, priva di acidi, a pH neutro, conforme alle norme Iso 9706 ∞.

INDICE

G. Covone - <i>A survey for gravitational lenses. The VST 300 Mpc Survey</i>	pag.	7
N. Maio, D. Chiacchio, A. Nappi - <i>Gli Strigiformi del Museo Zoologico dell'Università di Napoli Federico II (Aves, Strigiformes). Catalogo della collezione con note storiche</i>	»	33
R. Sersale - <i>Recenti sviluppi della scienza e della tecnologia del calcestruzzo. Il calcestruzzo ad alte prestazioni</i>	»	53
A. Vergara, A. Zagari, L. Mazzarella - <i>Cristallizzazione di proteine in ambienti a diverso livello di gravità</i>	»	65
G. Frigione - <i>L'utilizzo dei rifiuti industriali e municipali nell'industria del cemento</i>	»	85
R. Sersale - <i>Le aggiunte minerali al cemento Portland ordinario e le modificazioni del suo comportamento tecnico</i>	»	97
I. Torcicollo, M. Vitiello - <i>A Note on the nonlinear pointwise stability for the equation $u_t = \Delta F(u)$ in the exterior of a sphere</i>	»	111
C. Bortone, G. Starita - <i>On the motion of a rigid body in a Stokes fluid</i>	»	119

A survey for gravitational lenses. The VST 300 Mpc Survey*

Nota di Giovanni Covone

Presentata dal Socio Massimo Capaccioli
(Adunanza del 17 gennaio 2003)

The effort to understand the Universe is one of the very few things that lifts human life a little above the level of farce, and gives it some of the grace of tragedy.

Steven Weinberg (1977)

Abstract

I discuss the gravitational lenses statistics contribution to determine with high precision the cosmological parameters using the outcomes of a multicolor, wide and deep optical survey performed by the VLT Survey Telescope. After discussing in detail the basis of the methods and its present day limits, I calculate the minimum requirements for an optical gravitational lenses survey in order to determine the cosmological constant and the cosmological equation of state with a precision comparable with that obtained from the observations of Type Ia Supernovae and the anisotropies in the cosmic microwave background radiation.

1 Introduction

Scientific research in cosmology necessarily involves two steps¹: first the choice of a theoretical framework, based both on philosophical assumptions and on physical theories which are extrapolated from the local environment to the largest possible scale. Then, the measurements of the free parameters in the model, by fitting the predicted relations among observational quantities with the data.

Indeed, at the present stage, it is not possible yet to deduce a *unique* and *necessary* cosmological model from a small set of theoretical principles or a fundamental theory of Nature. In other words, we are still in the position described by McVittie in 1940: "General relativity investigates as many as possible of the patterns to which Nature might conform and leaves to observation the determination of the pattern actually realized."

At the present, there is an almost general agreement about the choice of the Friedman-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) cosmological models, and also a large consensus about a spatially flat Universe, with matter being about a

*Mainly based on a Chapter from the author's PhD Thesis.

¹See Ellis (1995) for a more detailed discussion on scientific methodology in cosmology.

fraction 0.3 of the critical density, and a dominant “dark energy” contribution, whose fundamental nature is still completely obscure².

While this picture is undoubtedly well supported by observations, we should keep a skeptic attitude regarding too optimistic claims, according to which the “big picture” is substantially once for all determined. For instance, we sometimes forget that FLRW models are based upon a strong and unavoidable philosophical principle (Bondi 1960), and that we are just testing only our favourite model, and other models can give similar results when compared with observational data (see, e.g., Ellis & Wainwright 1997). In other words, we still miss an observational proof that the FLRW cosmological models are the *only viable ones* among many possibilities³.

In the next future, the extraordinary astronomical facilities already available (like the telescopes VLT, Magellan, Keck) and the ones which are under design (like the space-based telescope NGST and the future 50 meter-class ground-based telescopes) will allow a major improvement in the understanding of the Universe, with the concrete possibility to fulfill McVittie’s words. In this respect, astronomy is in competition with particle physics, whose efforts are aimed, at the moment, at understanding the physical conditions at the very beginning, and, then, at revealing the origin of the dominant component in the Universe. However, it seems very likely that it is astronomy that will probably tell us in which of the many possible worlds we live (see also arguments given in Turner 2000). This view is strengthened by the recent successes obtained by the groups which observed many Type Ia Supernovae and the cosmic microwave background radiation (CMBR). Both these series of observations indicate that the Universe where we live can be explained in terms of a spatially flat FLRW model, with the determination of the parameters which goes towards 10 % precision (see, e.g., Overduin & Priester (2001) for a complete review of the present day picture).

The contribution of gravitational lensing to this picture is promising but still limited. The reasons why it is a powerful and promising tool are simple and noteworthy:

1. *It is based on relatively well understood physics and astrophysics.* Moreover, the gravitational field of the deflector, and thus the deflection angle, depends neither on the nature of the matter nor on its physical state. Light deflection probes the total matter density, without distinguishing between ordinary (baryonic) matter or dark matter. In contrast to other

²The term *dark energy* is now very common to indicate this mysterious component of the Universe. “Dark” comes from the fact that this component can be revealed through only indirect consequences on, for instance, the CMBR fluctuations (Peacock 1999) and the cosmological acceleration; since its pressure is comparable in magnitude to its energy density, it is a relativistic form of energy, hence the term *dark energy*. The term *quintessence* is also now widely used to indicate the same cosmological component. Both terms, however are manifestly a sign of our present ignorance of its basic physical properties, and in this aspect the situation is similar to that in the late XIX century, when another mysterious fluid, the *em ether*, was supposed to be the mechanical basis for the light propagation.

³In this respect, it is also interesting to compare Disney’s radical skepticism (Disney 2000), which radically confutes the idea of a substantial progress in cosmology, and Turner’s reply (Turner 2001), which clearly defines the limits of the subject in cosmology.

dynamical methods for probing gravitational fields, no assumption needs to be made on the dynamical state of matter⁴.

2. *It is complementary to other well established techniques in observational cosmology*, since it uses information from an intermediate redshift range. So it fits between local tests (i.e., observations performed at very low redshift, $z \ll 1$) or observations of supernovae ($z \sim 1$), and very-high redshift tests, like the observations of the cosmological background radiation ($z \sim 1100$).
3. *There is a fortunate coincidence* between the threshold condition for a lens to produce multiple images, and the actual density of galaxies and cluster of galaxies (see Fig. 1, and related discussion).

For all these reasons, observations of gravitational lenses (GLs) have allowed important progress in many branches of astrophysics: the study of the radial profile in elliptical galaxies (e.g., Keeton 2003), the discovery of small satellite galaxies around distant galaxies (Bradac et al. 2002), the nature of the objects in the Galactic halo (Alcock et al. 2001), and list can be much longer. But, at the same time, the constraints on the cosmological constant from the statistics of gravitational lenses on cosmological scales are still very rough and uncertain, and only in the very last years cosmic shear observations have put its first important constraints on the world models (e.g., Mellier 2002). However, this situation is expected to improve drastically as soon as new generation telescopes, specifically designed to produce very wide and deep multicolor surveys, will start to operate. At Paranal, in Chile, the Osservatorio Astronomico di Capodimonte and the ESO are completing the construction of a the first one of such telescopes: the VLT Survey Telescope (VST)⁵.

Therefore, astronomers will soon be able to use a variety of new tools from gravitational lensing in order to put new constraints on the cosmological models, which will improve or could contradict the results from SN and CMBR experiments. Here there is point which is worthy to mention: we often take for granted that different kinds of observations of the same phenomenon give us back coherent aspects. But, when we pause at it, we can see that this is one of the most wonderful things we happen to face in the physical research of the external world. When applied to cosmology, such a consistency is much more stunning, and returns us the picture of a Universe which is unexplainably obeying according to explicable laws. I think that revealing and contemplating this aspect is a thing Ruggiero de Ritis, which gave a strong impulse at the study of gravitational lensing in Naples, would have enjoyed most.

This paper is structured as follows. In Sect. 2 the basic equations of the formalism are derived, stressing in particular its limits at the present day; in

⁴For example, the interpretation of radial velocity measurements in terms of the gravitating mass requires the applicability of the virial theorem (i.e., the physical system is assumed to be in virial equilibrium), or the knowledge of the orbits (such as the circular orbits in disk galaxies).

⁵Update information is available at the web site <http://vst.na.astro.it>.

Sect. 3 we show that the statistics of gravitational lenses is a suitable tool to constrain the quintessence cosmological models, while in Sect. 4 and 5 the possible scientific results from a wide survey are discussed. In Sect. 6 I summarize the characteristics of VST, and conclusions are drawn in Sect. 7.

2 Statistics of gravitational lenses

In this discussion, I will focus mainly on the statistical analysis of gravitational lenses found in a well defined sample of cosmological sources. And, also in this case, we do not cover the whole topic, since we limit our considerations only to the statistics of the number of gravitational lenses, without discussing other observable quantities which can be used to perform statistical studies, like the distribution of angular separation between images, $n(\Delta\theta)$, the redshift distribution of gravitational lenses and sources, $n(z_s)$ and $n(z_l)$, and the frequencies of lensing galaxy types.

2.1 History and present situation

The use of statistical analysis of gravitational lenses to determine the cosmological parameters was first established by Turner, Ostriker & Gott (1984). However, they only discussed models with vanishing cosmological constant. Successively, Gott, Park & Lee (1989) and Nemiroff (1989) considered the possibility of using gravitational lensing to set limits on the deceleration parameter q_0 , and thereby on the cosmological constant parameter Ω_Λ .

There had been earlier works discussing the possibility to reveal a nonzero cosmological constant using the gravitational lensing (Paczynski & Gorski 1981, Alcock & Anderson 1986), but these authors concentrated on the study of image angular separation in single lenses, which is an insensitive indicator for Ω_Λ , so the test turned out to be not promising. On the other hand, Turner (1990) showed that the number of gravitational lenses is indeed extremely sensitive to the value of Ω_Λ . Fukugita et al. (1992) further developed the method, performing a deep analysis on the effect of the cosmological constant on the gravitational lenses number count and image separation distribution in several cosmological frameworks, also comparing two kinds of distances: the angular diameter distances in the filled and empty beam approximations. An extensive study was then performed by Kochanek, in an important series of papers (1993, 1996).

At the present time several problems limit the capability of these studies to provide reliable information on the values of the cosmological parameters. A major limit is given by several uncertainties which plague the calculation of the expected number of gravitational lensing events (see e.g. Mao 1991). These are mainly due to our limited understanding of the galactic models. Thereby, at the moment there is not an established consensus on the constraints on the cosmological constant from the number counts statistics. Kochanek (1996) found $\Omega_\Lambda \leq 0.66$ as a 2σ limit, which is only marginally consistent with the findings

from Type Ia Supernovae and the CMBR; more recently, Chiba & Yoshii (1999) and Cheng & Krauss (2000) have raised this limit, using a different set of values for the astrophysical parameters involved: they propose a flat cosmology with $\Omega_\Lambda = 0.70^{+0.2}_{-0.1}$ and $0.45 \leq \Omega_\Lambda \leq 0.75$, respectively, and are in better agreement with cited cosmological measurements which favour a flat cosmological model and a value of the cosmological constant in the range $0.6 \leq \Omega_\Lambda \leq 0.85$ at 1σ level (Schmidt et al. 1998, Perlmutter et al. 1999, Melchiorri et al. 2000). However, an analysis by Falco, Kochanek & Munoz (1998) on gravitational lenses found in radio surveys supports the early results by Kochanek (1996).

Finally, the efficiency of the statistical studies is also limited by the small set of data available at the present time. As a fact, only few systematic optical surveys for multiply imaged quasars (QSOs) have been updated (Claeskens & Surdej 2002); therefore, the statistical uncertainties on Ω_Λ are still dominated by the Poisson errors from the small number of gravitationally lensed quasars.

Our aim here is to show that a wide survey at limiting magnitude $B \sim 21$ can considerably improve the situation, allowing precise cosmological measurements to be done with GLs statistics. In next two sections we define the strong lensing probability (or *optical depth*), derive the main formulas and discuss the underlying assumptions.

2.2 The cosmological optical depth

Here we adopt a cosmological model which is homogeneous at all scales. While it is necessary to introduce a description of the inhomogeneity of the matter distribution to obtain precise and unbiased measurements of the cosmological parameters (Covone 2001), for our purposes here it suffices to consider simply a completely homogeneous matter distribution.

In order to produce multiple images of a background source, this has to be located behind the source sky area $\hat{\sigma}$, the strong lensing cross section. In general the cross section is a complex function of the radial profile of the lens and the redshifts of the lens and the source. On the sky sphere located at redshift z_s , the cross sections of the galaxies in the redshift range $(z, z + dz)$ cover the area

$$A_c(z, z_s) = \sum_{\text{GL} \in (z, z+dz)} \hat{\sigma}(z, z_s), \quad (1)$$

where we are assuming that the cross sections do not overlap, i.e., the total optical depth will be much less than unity. The probability that a source at redshift z_s is multiply imaged by a deflector located in the redshift range $(z, z + dz)$ is then simply given by the ratio of the area from all the deflectors cross sections projected to the sphere at z_s and the area of the sphere at z_s :

$$d\tau \equiv \frac{A_c}{A_{\text{sky}}}, \quad (2)$$

where A_{sky} is the sky area at the source redshift. The sky area (1) reads

$$A_c(z, z_s) = n(z) \hat{\sigma}(z, z_s) dV(z)$$

$$= n(z) \hat{\sigma}(z, z_s) A(z) \frac{dl}{dz} dz, \quad (3)$$

where $n(z)$ is the number density of the galaxies, and $dV(z)$ is the volume element of the spherical shell $(z, z + dz)$

$$dV = A(z) dl = 4\pi D^2(z), \quad (4)$$

$A(z)$ being the area of the sky at redshift z and dl the proper thickness of the shell.

Then, the simple expression follows

$$d\tau(z, z_s) = n(z) \sigma \frac{dl}{dz} dz, \quad (5)$$

where we introduced the cross section σ as measured on the lens sphere, simply related to the cross section $\hat{\sigma}$ by a geometrical factor:

$$\sigma(z, z_s) = \hat{\sigma}(z) \frac{D_d}{D_s}. \quad (6)$$

The dependence on the cosmological parameters is apparent in the expression

$$d\tau(z) = n(z) \sigma(z) c \frac{dz}{(1+z) H(z)}, \quad (7)$$

where the quantity $H(z)$ is defined to be

$$\begin{aligned} H(z) &\equiv \frac{\dot{R}}{R} \\ &= \frac{c}{H_0} \frac{1}{\Omega_m \sqrt{(1+z)^3 + \Omega_r(1+z)^{-4} + (1+z)^2(1 - \Omega_m - \Omega_r - \Omega_\Lambda) + \Omega_\Lambda}}, \end{aligned}$$

R being the cosmological scale factor and Ω the cosmological density of the main components of the Universe: matter, radiation and cosmological constant. Mainly, there are two reasons why the optical depth is very sensitive to variations of the cosmological parameters: first, the cosmological volume element dV , which is necessary to translate the space number density of galaxies in the actual number of gravitational lenses, is a rapidly increasing function of Ω_Λ (Peacock 1999); moreover, the larger the cosmological constant, the smaller the value of the critical density Σ_{cr} , as shown in Fig. 1, and, therefore, smaller galaxies are also able to produce multiple images.

It is possible to derive a simple analytical formula for the optical depth in terms of the comoving distance χ (Peacock 1999). The Robertson-Walker line element in terms of the comoving distance reads

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + R^2(t) [d\chi^2 + S_k(\chi)^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)], \quad (8)$$

where the function $S_k(\chi)$ is

$$S_k(\chi) = \begin{cases} \sin(\chi) & k > 0 \\ \chi & k = 0 \\ \sinh(\chi) & k < 0. \end{cases}$$

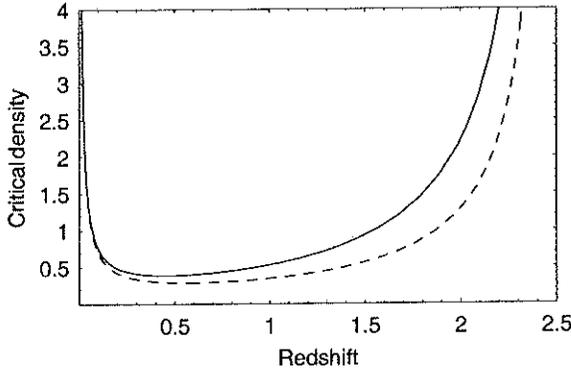


Figure 1: Critical surface mass density Σ_{cr} for a source at redshift $z = 2.5$, as a function of the deflector redshift for two cosmological models: $\Omega_m = 1.0, \Omega_\Lambda = 0$ (continuous line), and $\Omega_m = 0.3, \Omega_\Lambda = 0.7$ (dotted line). Filled beam approximation in both cases, and $h = 0.5$.

The main point is that there is a simple relation between the angular diameter distance $D(z_a, z_b)$, between two points at redshifts z_a and z_b , and the radial coordinate χ :

$$D(z_a, z_b) = \frac{1}{1 + z_b} S_k(\chi_a - \chi_b), \quad (9)$$

where $\chi_a \equiv \chi(z_a)$ ⁶. The relationship between the comoving distance and the redshift is given by the integral

$$\chi = \int_0^z \frac{c}{H(z')} dz', \quad (10)$$

which is immediately deduced from the relation $d\chi = c/H(z)dz$ and the Friedmann equations.

2.3 The analytic formula

Both the number density and the cross section of the lenses' population depend on the evolution scenario, and an accurate knowledge of many astrophysical parameters is needed in order to accurately determine them and then make reliable predictions on the expected number of gravitational lenses.

Also, the number density of galaxies is strongly dependent on the evolutionary scenario. Neglecting this effect can cause important systematic deviations (see, e.g., Mao 1991): indeed, a larger number density of massive galaxies in

⁶This relation can be demonstrated by noting that S_k and $D(z_a, z_b)/R$ obey the same differential equation

$$\frac{d^2 S_k}{d\chi^2} = -k S_k(\chi).$$

the past has the same observational consequences of a larger volume element, and thereby it can mimic a large cosmological constant. However, a constant comoving number density is assumed to be an approximation close to the actual situation and widely assumed (see, e.g., Kochanek (1996) and Zhu & Wu (1997)). Therefore the number density reads

$$n(z) = n_0 (1+z)^3. \quad (11)$$

The parameter n_0 , the local number density of galaxies, is calculated from the luminosity function of the lens galaxies:

$$n_0 = \int_0^\infty n_* \left(\frac{L}{L_*} \right)^\alpha \exp\left(-\frac{L}{L_*}\right) \frac{dL}{L_*}, \quad (12)$$

where the Schechter luminosity function (Schechter 1975, 1976) is used:

$$\phi(L) dL = n_* \left(-\frac{L}{L_*} \right)^{-\alpha} \exp\left(-\frac{L}{L_*}\right) d\left(\frac{L}{L_*}\right). \quad (13)$$

The parameters n_* , α and L_* are the normalization, the index of faint-end slope and the characteristic luminosity, respectively. Both L and L_* are measured in the rest frame of the galaxy.

Let us now consider the lenses' cross sections, which is obviously related to the projected mass distribution, and, via the empirical Faber-Jackson relation, to the galaxy luminosity. Because of the larger mass, early type galaxies play a dominant role with respect to spirals. These can be appropriately modelled by some types of circularly symmetric models, with a declining radial mass profile. In particular, there is a great evidence that the radial mass distribution in early type galaxies is very close to isothermal (Koopmans & Fassnacht 1999).

As a fact, most gravitational lens systems consist of two or four observed images, and core radii must be very small in order to explain the absence of faint additional images even in deep radio maps. According to the odd number theorem (Petters et al. 2001), the third or fifth images has to be found in the high density central regions of the lensing galaxies. As the magnification is an inverse function of the local surface density, this image is expected to be very demagnified. Therefore, unobserved faint central images put a lower limit to density in the core of the lensing galaxy (Rusin & Ma 2001). In particular, it has been found that the inner mass profile of lensing galaxies are not much shallower than isothermal: assuming a surface density

$$\Sigma \propto r^{-\beta}, \quad (14)$$

Rusin & Ma (2001) have found that most lenses' cores are consistent with $\beta > 0.9$. Therefore, singular isothermal spheres (SIS) are a very good approximation to mass distribution in lensing galaxies. The SIS cross section is a function of the central velocity dispersion σ_v , and the redshifts of the lens and the source; in terms of the comoving distances it reads

$$\sigma = 16 \pi^3 \left(\frac{\sigma_v}{c} \right)^4 \left(\frac{S_k(\chi_s - \chi_d)}{S_k(\chi_s)} \right)^2. \quad (15)$$

The distribution of cross sections in a lensing galaxies population is determined via the Faber-Jackson relation (Faber & Jackson 1976):

$$\frac{L}{L_*} = \left(\frac{\sigma_v}{\sigma_*} \right)^\gamma. \quad (16)$$

We are faced here with an important and critic problem: in order to calculate the contributions from an ensemble of galaxies at different redshifts, we are extrapolating to $z > 0$ the local Schechter luminosity function. However, the validity of this step is not well established (Matarrese 2002, private communication)

In conclusion, the main weak points in the derivation of the cosmological optical depth expression are: the no evolution assumption and the extrapolation to large redshifts of the local luminosity function.

At this point, by means of some algebra, it is possible to write down a simple analytical expression for the multiple images probability for a point source at redshift z_s in general FLRW cosmological models. This reads

$$\tau(z_s; \Omega_m, \Omega_\Lambda) = \begin{cases} \frac{F}{30} \chi_s^3 & k = 0 \\ \frac{F}{|\Omega_k|^{\frac{3}{2}}} \left[\frac{1}{8}(1 + 3 \cot^2 \chi_s) \chi_s - \frac{3}{8} \cot \chi_s \right] & k = +1 \\ \frac{F}{|\Omega_k|^{\frac{3}{2}}} \left[\frac{1}{8}(-1 + 3 \coth^2 \chi_s) \chi_s - \frac{3}{8} \coth \chi_s \right] & k = -1, \end{cases} \quad (17)$$

where a summation over all the morphological types of galaxies is implicit. The numerical coefficient F determines the effectiveness of the lens population in producing multiple images. Its explicit expression is

$$F = 16\pi^3 \left(\frac{c}{H_0} \right)^3 \left(\frac{\sigma_v^*}{c} \right)^4 n^* \Gamma \left(\alpha + \frac{4}{\gamma} + 1 \right). \quad (18)$$

It is worthy to note that the cosmological optical depth also depends, via the local number density (12) and the lensing cross section (16), on the absolute magnitude, or on the intrinsic luminosity L of the lens. It is also interesting to note that, since the space density of galaxies scales as h^3 , the optical depth of a SIS population does not depend upon the Hubble constant.

2.4 The magnification bias

There is an important and unavoidable selection effect which favours brighter quasars as better sources for gravitational lenses search, and this has to be properly taken into account in order to make reliable predictions on the number of GLs.

All astronomical objects' samples are flux limited. When these samples are used to search and count gravitational lenses, we have to take into account that all multiply imaged system are also magnified. A magnified source can enter the flux-limited survey, although its unlensed flux may be below the flux threshold

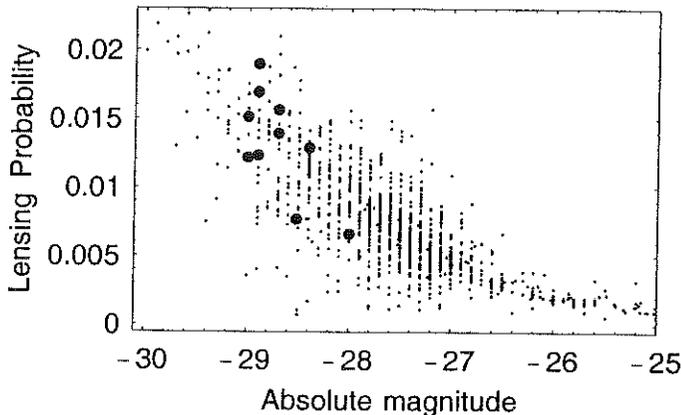


Figure 2: Probability for each quasar in a large sample of bright quasars to be multiply imaged versus the absolute magnitude. Note the distribution of gravitational lenses (red circles) at lower absolute magnitude. See Covone (2001) for description of the sample built up from public available surveys.

of the sample. Gravitationally lensed QSOs are typically magnified by a factor of ~ 4 for double QSOs, and by a factor ~ 10 or higher for quadruple QSOs. Therefore, multiply imaged QSOs are overrepresented in flux-limited samples. This effect is called *magnification bias*, and it is strengthened by the steep QSO number counts: QSO counts are very steep for bright QSOs with $m \lesssim 19$, and flatten considerably for fainter magnitudes (see, e.g., Hartwick & Schade 1990). Hence, the magnification bias is large for bright QSOs.

For a given redshift, the magnification bias results in the observed counts of quasars being given by the convolution of the intrinsic luminosity function with a magnification probability distribution, so that

$$B(m, z_s) = \frac{\int_{\Delta_{\min}}^{\infty} N_Q(m, z_s) P(\Delta) d\Delta}{N_Q(m, z_s)}, \quad (19)$$

where the number density of quasars $N_Q(m, z_s)$, with apparent magnitude in the range $(m, m + dm)$ and redshift between z_s and $z_s + dz_s$, is considered to be observed in a region where no gravitational lens is present; $P(\Delta)d\Delta$ is the probability for a shift Δ in the apparent magnitude due to the strong lensing (Fukugita & Turner 1991).

The Fig. 2 makes the effect clear: because of the magnification bias, brightest quasars are more likely lensed. Indeed, once the cosmological model is given, the lensing probability becomes a function of the source absolute magnitude: we get that the intrinsically brightest quasars are more likely to be lensed. As a consequence, this favours wide surveys in which brighter sources can be found, relatively to deep surveys, which provide a larger number of faint sources.

3 Quintessence cosmological models

As mentioned above, there is convincing evidence that an unknown form of energy accounts for about 2/3 of the matter and energy in the Universe. The most important facts supporting this claim are:

1. Direct evidence from the distance measurements of Type Ia Supernovae, which indicates the expansion of the Universe is accelerating (Perlmutter et al. 1999, Schmidt et al. 1998)⁷.
2. Indirect evidence from the discrepancy between the measurements of the acoustic peaks in the cosmic microwave background (CMBR), which strongly suggests a spatially flat cosmology (Jaffe et al. 2001, Pryke et al. 2001), and measurements of the matter density $\Omega_m \simeq 0.35 \pm 0.07$ (assuming $H_0 \sim 65 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$).

Although at the present time these observational facts can be described within a homogeneous cosmological model with a cosmological constant, several other possibilities have been taken into account, mainly to avoid the fine tuning problem associated with the cosmological constant. As a fact, there are at least some 44 orders of magnitude discrepancy between the theoretical expectations from particle physics and the astronomical observations (Huterer & Turner 2001). If Λ is not zero, we know no physical mechanism to explain why the vacuum density should be, at the present time, comparable with matter density⁸.

A possibility is a Λ -term which varies in time, according to some more or less *ad hoc* decay law (see, e.g., Özer & Taha 1987). Another way out is to substitute the cosmological constant with a dynamical quantity which decays in time, now known as *quintessence*. From a methodological point of view this is clearly a regressive step, since one more degree of freedom is introduced into the model, and this being motivated not by new observational facts which *falsified* a previous theory, but from some unpleasant features of the theoretical scenario itself. On the other hand, many physicists would agree that the introduction of quintessence is more satisfactory on physical grounds, since a decaying scalar field would be a relatively simple way to reconcile a large vacuum energy density in the early Universe with a very small one at the present time, see e.g. Viana & Liddle (1998). Moreover, quintessence resumes, generalizes and suitably readapts older ideas on cosmology with a scalar (or even vector or tensor)

⁷However, some recent works claim that the same observational data can be explained without assuming a nonzero cosmological constant. See Leibundgut (2001) for a complete discussion.

⁸Some authors invoked the so-called anthropic principle in order to explain the observed value of the cosmological constant. Although the basic idea behind the anthropic principle is the observational fact that life exists, and this has to be taken into account to constrain cosmological parameters, it comes with a sense of disappointment due to the renounce to explain the observed Universe from first physical principles. "Anthropic arguments are easy to misuse, and can be invoked as a way out of doing the hard work of understanding the real reasons behind why we observe the universe we do" (Carroll 2000). See also cautions expressed by Peacock (1999, pag. 94) in applications of these arguments.

field (de Ritis et al. 2000, de Ritis & Marino 2001). As a fact, quintessence includes cosmological scalar or tensor fields which could play a role also at a very high energy (like a network of topological defects such as cosmic strings). All these different physical quantities can be parameterized by their equation of state:

$$p_Q = w_Q(t) \rho_Q c^2. \quad (20)$$

The quintessence scenario includes the vacuum energy associated with a cosmological constant, when the equation of state is $w_Q = -1$ at any time. A network of cosmic strings, for instance, is described by $w_Q = -1/3$.

Assuming a Robertson-Walker metric (8), the Friedmann equations take the following form

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \sum_i \rho_i - \frac{kc^2}{R^2} \quad (21)$$

$$\frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{4\pi G}{3} \sum_i \rho_i (1 + 3w_i), \quad (22)$$

where i runs over all components of matter and energy in the Universe: non relativistic components, radiation and dark energy. Therefore, in order to have an accelerating phase, the universe has to be filled with a fluid such that

$$\rho c^2 + 3p < 0. \quad (23)$$

Consequently a cosmological model in acceleration requires $w_Q < -1/3$ at the present time. The first step towards solving the “dark energy” problem is determining $w_Q(t)$, and the dimensionless energy density Ω_Q

$$\Omega_Q \equiv \frac{8\pi G}{3H_0^2} \rho_Q(0). \quad (24)$$

In this respect telescopes can probably be much better instruments than particle accelerators (Huterer & Turner 2001).

We now discuss the basis of GL studies in quintessence cosmological models. Strategies to determine the properties of a smooth, dark cosmological component were first addressed by Charlton & Turner (1987). Indeed, there are a number of cosmological observations that can be used to constrain the dark energy; see Huterer & Turner (2001) for a recent review. Here we just define the statistical analysis of the number of gravitational lenses as a method.

The equation of state should coherently be considered as a function of time, and therefore of the redshift (Matarrese 2002, private communication). The main reason why this is often neglected is that constraining the time variation of w_Q would require a much larger sample of sources and many more gravitational lenses. Consequently, here we are going to constrain only the effective equation of state, as averaged up to redshift ~ 4 (see integration upon redshift in eq. (25)).

The ability of the gravitational lensing to probe the dark energy equation of state depends upon the cosmological optical depth sensitivity to w_Q , and hence on the sensitivity to it of the angular diameter distances and the comoving volume element $dV(z)$. However, the qualitative behaviours of the two distances as functions of the cosmological parameter, and w_Q in particular, are the same. The properties of the cross section $\sigma(w_Q)$ as a function of the equation of state are determined by the comoving distance ratio (see eq. (15)).

The relevant quantity to consider in quintessence cosmological model is the function $H(z)$ defined in (8). For general $w_Q(z)$, it reads

$$H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_Q \exp \left[3 \int_0^z (1+w_Q(x)) d \ln(1+x) \right]}, \quad (25)$$

which reduces to

$$H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_Q (1+z)^{3(1+w_Q)}}, \quad (26)$$

for a generic and constant w_Q .

The comoving volume element is the basis of number-count tests (e.g., counts of lensed quasars, galaxies, or clusters of galaxies). It is possible to write it in terms of the comoving distance $\chi(z)$ and the quantity $H(z)$, by using the relationship $\frac{d\chi}{dz} = \frac{1}{R_0} \frac{c}{H(z)}$:

$$f(z) \equiv \frac{dV}{dzd\Omega} = \frac{\chi^2(z)}{H(z)}. \quad (27)$$

In Fig.3 we plot the volume element as a function of the redshift for several values of the equation of state.

The sensitivity of the quantities $\chi(z)$, $H(z)$ and $f(z)$ to w_Q is quantified by

$$\frac{d\chi(z)}{dw_Q} = -\frac{3}{2} \int_0^z \frac{\Omega_X H_0^2 (1+x)^{3(1+w_Q)} \ln(1+x)}{H^3(x)} dx, \quad (28)$$

$$\frac{dH(z)}{dw_Q} = \frac{3}{2} \frac{\Omega_X H_0^2 (1+z)^{3(1+w_Q)} \ln(1+z)}{H(z)}, \quad (29)$$

$$\frac{df(z)}{dw_Q} = \frac{2\chi(z)}{H(z)} \frac{d\chi}{dw_Q} - \frac{\chi(z)^2}{H(z)^2} \frac{dH}{dw_Q}. \quad (30)$$

By means of some lengthy algebra, it is possible to verify that at any redshift and for any value of w_Q the following inequalities hold:

$$\frac{d\chi}{dw_Q}(z) < 0, \quad (31)$$

$$\frac{dH}{dw_Q}(z) > 0, \quad (32)$$

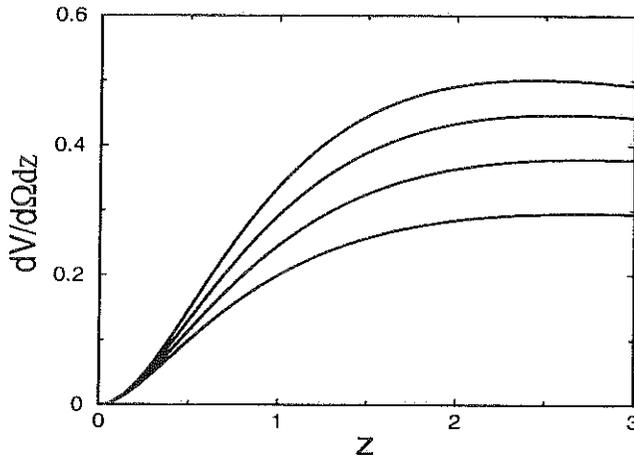


Figure 3: Comoving volume element $dV/d\Omega dz$ vs. redshift for constant $w_Q = -1, -0.8, -0.6, -0.4$ (from top to bottom). Picture from Huterer & Turner (2001).

$$\frac{df}{dw_Q}(z) < 0. \quad (33)$$

Therefore, the comoving distance and the volume element are larger when the absolute value of w_Q increases; see also Fig. 4.

Finally, from equations (17) and (32), we get the important result: the differential optical depth is a decreasing function as well of the quintessence equation of state, i.e.,

$$\frac{d}{dw_Q} \left(\frac{d\tau(z)}{dz} \right) < 0. \quad (34)$$

As the step from $d\tau(z, z_s)$ to $\tau(z_s)$ only takes an integration on the lens redshift, the same results hold for the lensing probability. Therefore, once fixed the dark energy density, the larger $|w_Q|$ the larger the probability to find gravitational lenses in a sample of quasars.

The optical depth of gravitational lensing as a function of the amount of dark energy Ω_Q and its equation of state w_Q is plotted in Fig. 5. The larger the dark energy amount is, the higher the gravitational lensing probability is; the more negative the dark energy pressure is, the higher the optical depth is (Fig. 6). This fact can provide an independent constraint for dark energy. Fig. 6 shows in fact the contour plots for gravitational lensing probability (normalized to the parameter F) in the (w_Q, Ω_Q) plane. Along each contour, the dark energy model is degenerated for a lensing optical depth. However, this degeneracy can be resolved when combining the lensing data with SNIa and CMBR measurements. Thus, the gravitational lensing statistics can serve as an efficient but independent tool to probe the dark energy content in the Universe.

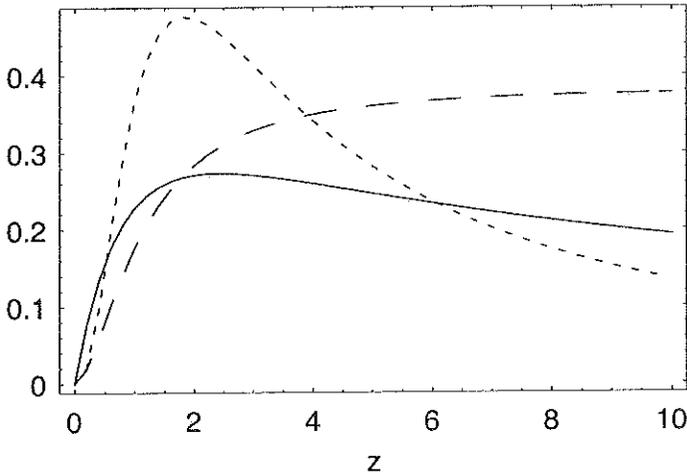


Figure 4: Derivatives respect to w_Q of the functions $-\frac{dx}{dw_Q}$ (long dashed line), $\frac{dH}{dw_Q}$ (continuous line) and $\frac{df}{dw_Q}$ (short dashed line), versus the redshift. For this plot we considered $w_Q = -0.8$ and $\Omega_Q = 0.6$, but the same qualitative results hold for any value of the quintessence parameters.

4 A wide survey for gravitational lenses

In order to successfully apply the statistical method described above, we need a large and complete sample of cosmological sources. It was soon understood that quasars constitute the best objects for strong lensing studies on a cosmological scale (Turner et al. 1984): they are relatively bright and numerous sources located at very high redshifts.

Wide survey are preferred to deep ones, as they would allow to detect brighter lenses whose detailed observational study is much easier. Moreover, as we have seen above, also the magnification bias conjures up in making wide surveys a better instrument for GLs search. In this section we outline the properties of such a survey in order to discriminate among some reference cosmological models. Specifically, we will focus on flat cosmological models, both for sake of simplicity and because, as already said, there is strong evidence for a flat spacetime from observation of anisotropies in the cosmological background radiation (de Bernardis et al. 2001). Moreover we allow the equation of state to vary in the range $(-1.25, 0)$: as a fact, Caldwell (1999) discussed the possibility that $w_Q < -1$ can satisfy all the observational constrains.

Let A be the sky area, located at a high Galactic latitude, we want to explore down to a limiting magnitude m_{lim} . For sake of simplicity, we neglect observational selection effects, and consider that all objects with magnitude $m < m_{\text{lim}}$ will be detected and correctly identified⁹. We show that a wide multicolor

⁹In the following, m is the apparent magnitude in the B band, which is centered at 440

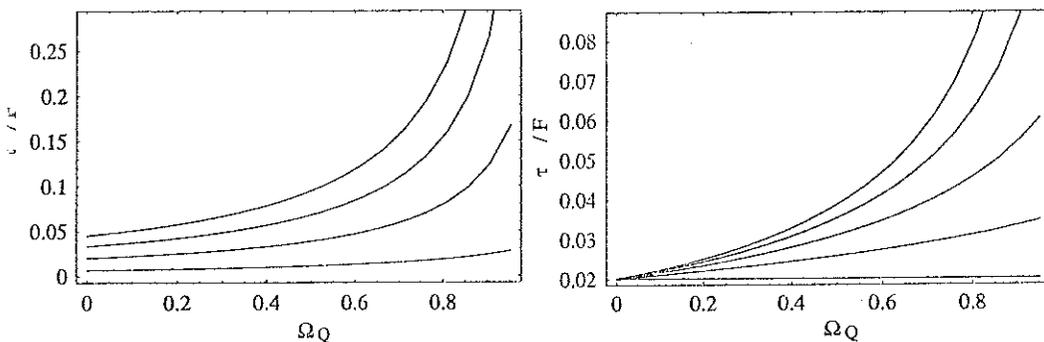


Figure 5: First panel. Cosmological optical depth as a function of Ω_Q for different values of the source redshift. From bottom line: $z = 1, 2, 3, 4$. Second panel. Cosmological optical depth versus Ω_Q , for different equations of state: $w_Q = 0, -0.25, -0.5, -0.75, -1$, decreasing from the bottom to the top curve.

Table 1: SIS velocity dispersion and F values adopted here.

Type	Composition	$\sigma_v^*(km/sec)$	F
E + SO	43%	225 ± 20	0.023
S	57%	144 ± 10	0.005
ALL	100%		0.028

survey at high Galactic latitude will allow the discovery of a large number of quasars and many multiply imaged systems among them. We calculate the expected number of gravitational lenses according to the cosmological models discussed above, the survey limit magnitude and the surveyed sky area, and describe the scientific results that can be achieved.

Let us then evaluate the sky area to be explored in order to detect N gravitational lenses as a function of the survey limiting magnitude m_{lim} and of the cosmological model. When surveying an area A in the sky, a number N_Q of quasars brighter than magnitude m_{lim} is identified. In this sample an average number of multiply imaged systems with source redshift in the range $(z_s, z_s + dz_s)$ is expected, accordingly to the formula

$$dN(z_s, A, m) = A B(m) \tau(z_s) dN_Q(m, z), \quad (35)$$

where $\tau(z_s)$ is the cosmological optical depth for multiple imaging of a quasar

nm with width 110 nm.

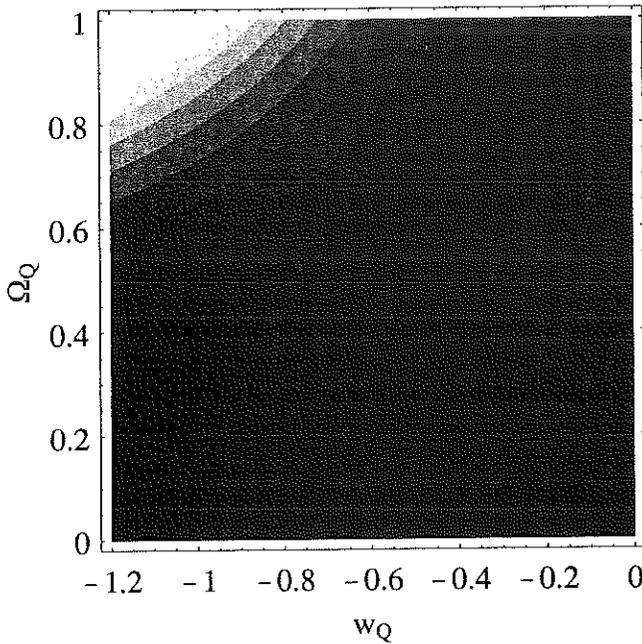


Figure 6: Contour plot of the normalized gravitational lensing probability in the (w_Q, Ω_Q) plane. White corresponds to the maximum. Sources are located at $z_s = 3$.

at redshift z_s , $B(m)$ is the magnification bias correction factor, and $N_Q(m, z_s)$ the number per square degree of quasars at redshift z_s brighter than magnitude m (Malhotra & Turner (1995) and references therein). The cosmological optical depth is calculated considering two different galaxy populations: ellipticals and spirals galaxies. From Marzke et al. (1994), the number density of L_* galaxies for each type is

$$n_* = \begin{cases} 0.61 \pm 0.21 h^3 10^{-2} \text{ Mpc}^{-3} & \text{early type,} \\ 0.79 \pm 0.26 h^3 10^{-2} \text{ Mpc}^{-3} & \text{spirals.} \end{cases} \quad (36)$$

Although spiral galaxies are more frequent, their central dispersion velocities and, consequently, their cross sections are much lower than for early type galaxies. As a fact, spirals are expected to produce only $\sim 20\%$ of the multiple image quasars. In the Faber-Jackson relation (16) we assume $\gamma = 4$ and $\sigma_v^* = 225^{+12}_{-20}$ km/s, as in Kochanek (1996), while for the luminosity function parameters we use the estimates by Loveday et al. (1992), that is, $n_* = (1.40 \pm 0.17) 10^{-2} h^3 \text{ Mpc}^{-3}$, $\alpha = -0.97 \pm 0.15$, and $L_* = 1.24 \times 10^{10} h^{-2} L_\odot$. Note that $\alpha \sim -1$ implies the existence of numerous faint early type galaxies acting as lenses. However, this part of the luminosity function is still uncertain.

Finally, the numerical parameter F , which determines the effectiveness of gravitational lenses, is evaluated to be $F = 0.028$. Table 1 sums up the adopted values and the contribution of each galaxy type population to F .

In order to simplify the calculations, the magnification bias is taken to be only a function of the apparent magnitude (i.e., Δ_{\min} , the lower limit in the magnification bias integral in Eq. (19) is now not anymore dependent on the image separation). This does not affect our conclusions and changes only marginally our numerical results. Finally, the total number of expected gravitational lenses brighter than magnitude m and at redshift lower than z_{lim} is

$$N(z_{\text{lim}}, A, m) = AB(m) \int_0^{z_{\text{lim}}} \tau(z_s) dN_Q(m, z_s) dz_s. \quad (37)$$

In Fig. 7 we plot the sky area to survey in order to find 50 new gravitational lenses versus m_{lim} , for 3 different cosmological models. The two horizontal lines in the plot correspond to an area $A = 100$ square degree and to the total sky area¹⁰. Magnitude-redshift number counts of quasars are available only up to a magnitude $m \sim 22.5$; beyond this limit theoretical extrapolation have to be used (Malhotra & Turner 1995). Of course, these extrapolations have also to be used in a self-consistent way in our calculations. Moreover, counts of quasars beyond redshift $z \sim 3.5$ or 4 are probably not complete¹¹; therefore we set $z_{\text{lim}} = 3.5$ in the present calculations. As a consequence, our estimates on the number of gravitational lenses needed to distinguish among different world models will be slightly conservative, since the optical depth is much more sensitive to cosmological parameters at very high redshift.

So, in order to find 50 new gravitational lenses, the area that needs to be surveyed is, as expected, strongly dependent on the cosmological model. Considering just flat spacetimes and a 100 square degree survey, in a $\Omega_\Lambda = 0.8$ model it is necessary to reach $m_{\text{lim}} \simeq 19.5$, while if $\Omega_\Lambda = 0.5$ or 0, the survey limit magnitude has to be $\simeq 21.5$ or 23, respectively. Roughly, these limits might become one magnitude lower if it could be possible to survey a 200 square degree sky area.

When a set of new gravitational lenses has been found, this can be used in two different ways to gain more knowledge about our Universe: statistical analysis of the properties of the whole set and individual analysis, with particular emphasis on measurements of time delays and microlensing observations. In order to perform successful analysis on each of the new gravitational lenses, we need to find bright lenses, i.e. quasars with apparent magnitude less than ~ 20 , since, as a rule of thumb, the lensing galaxy is usually expected to be ~ 2 magnitudes fainter. The main reason for this is that, in these cases, the deflection potential has to be well constrained, while this is a minor concern in statistical studies.

¹⁰Of course, these results cannot be extended to a hypothetical survey covering the whole sky, since here we are assuming standard conditions found at very high Galactic latitude.

¹¹Quasar number count drops for $z > 4$, and it is not yet clear if this is due to surveys incompleteness or to some very fast evolutionary effect.

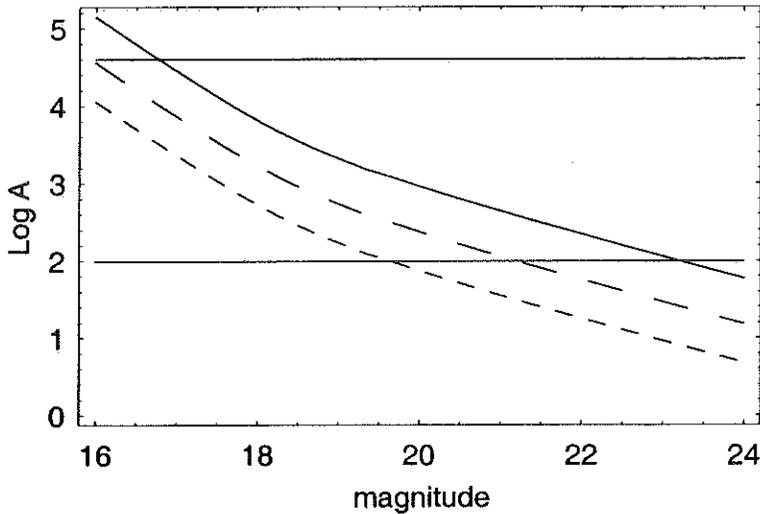


Figure 7: Sky area to survey in order to find 50 new gravitational lenses versus limit magnitude. The curves correspond to three different flat cosmological models: from the bottom curve, $\Omega_\Lambda = 0.8, 0.5, 0.0$. The two horizontal lines correspond to an area $A = 100$ square degree (bottom) and to the total sky area (top), respectively.

4.1 Statistical applications

In this section, we consider only the gravitational lenses number count test. While this test neglects large part of the available statistical information (Kochanek 1993), for this study the concern about bright sources can be partially released, since only the quasar redshift and the multiple images identification needs to be done¹². Our question is: How large has N to be in order to disentangle among different cosmological models? or, how large has to be the explored sky area A ?

If our aim is to constrain the cosmological constant (or, equivalently, the "dark energy" density), the answer is given in Fig.8. Here we consider three cosmological models with equation of state $w = -1$, and $\Omega_\Lambda = 0, 0.5, 0.8$. Poisson fluctuations are taken into account, in order to show at which level two models give predictions which are different of more than 2σ . It is apparent that at limiting magnitude $\simeq 19.5$ it is already possible to discriminate, at high confidence level, between a zero cosmological constant model and a Λ -dominated one. The number of gravitational lenses needed are ~ 10 : actually, we can say that this regime is however already achieved, when considering data from all optical surveys performed till now (see e.g. Chiba & Futamase (1999) or Covone 2001).

In order to put a better constraint on the cosmological constant, a deeper

¹²Measurement of the deflector's redshift could allow to perform an additional test, as suggested by Park & Gott (1997), to constrain the spacetime curvature.

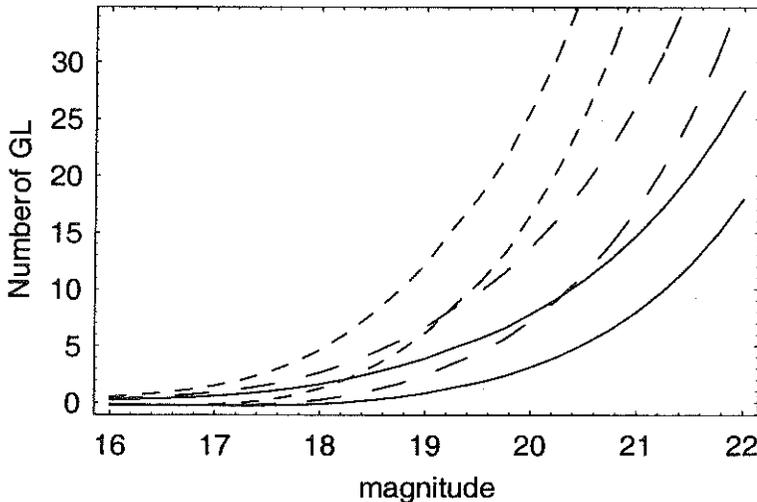


Figure 8: Expected number of gravitational lenses for 3 different cosmological models versus limit magnitude of the survey. The two lines for each model trace the $2\text{-}\sigma$ region around the mean value. Surveyed sky area is 200 square degree. Cosmological models are flat spacetimes with (from top): $\Omega_{\Lambda} = 0.8, 0.5, 0.0$.

survey is needed, keeping the total area $A = 200$ square degree. At limit magnitude $m_{\text{lim}} \simeq 20.5$ about 25 new gravitational lenses will be found, allowing to discriminate between $\Omega_{\Lambda} = 0.8$ and 0.5 . As the number of gravitational lenses increases almost exponentially with the limiting magnitude, already at $m_{\text{lim}} \sim 21$, precise cosmological measurements could be done. Therefore, statistical analyses of gravitational lenses would be then a mature and well-developed method to investigate the Universe, achieving a precision comparable to other strongly theoretically based cosmological observations.

In Fig. 9 we consider three models with different equations of state. Note that gravitational lenses counts can constrain the equation of state much worse than the dark energy value. Indeed, in order to separate at a 1σ level the considered models, we need to explore a 200 square degrees sky area up to $B \gtrsim 23.5$, i.e. more than two magnitudes fainter than in the case of the simple number count test.

However, as mentioned in Sect. 2, a precise determination of the cosmological parameters via the statistics of gravitational lensing requires to take into accounts several effects that have been often neglected. In particular, the evolution of the lensing galaxies populations, the dependence of the luminosity function on the redshift and the small scale inhomogeneities in matter distribution. In all our discussion, we assumed a completely homogeneous Universe, i.e., we neglected clumpiness in matter distribution at small scales. An important issue, which is sometimes also neglected, is the role of the small scale clumpiness in large scale observations (Ellis 1995). As shown in Covone (2001), this cannot

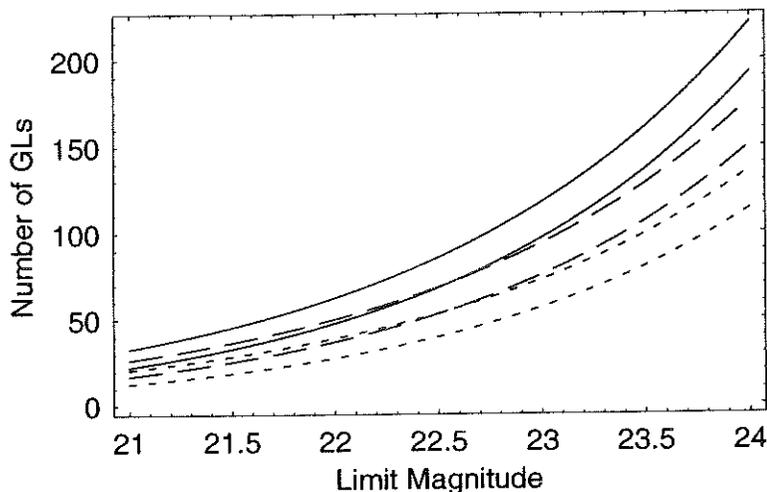


Figure 9: Expected number of gravitational lenses for 3 different cosmological models versus limit magnitude of the survey. The two lines for each model trace the $2\text{-}\sigma$ region around the mean value. Surveyed sky area is 200 square degree. Cosmological models are flat spacetimes with $\Omega_Q = 0.7$ and (from top) $w_Q = -1, -2/3, -1/3$.

be anymore neglected when the number of gravitational lenses expected in a survey is of several tens, and we aim at an estimate with precision better than 10 or 15 %. More theoretical and numerical work is needed, of course, in order to successfully apply the method outlined here.

5 Other cosmological studies with gravitational lensing

A wide, deep, multicolor survey in the Southern emisphere will provide an enormous amount of unique data which are suited for several other cosmological studies based on gravitational lensing. Here I briefly discuss only two of them: lensing by rich cluster of galaxies and cosmic shear.

5.1 Lensing by clusters of galaxies

A survey like the one described above will likely discover several thousands of cluster at redshift $z = 1$ and beyond (e.g. Donahue et al. 2002), allowing to investigate the large scale structure in early Universe and the hierarchical models of cluster formation.

And the rich galaxies clusters in this sample will be a wonderful laboratory for gravitational lensing studies. Indeed, weak lensing will allow to study the radial mass profile at large distances from the center, while observations of arcs

and arclets can constrain mass distribution also in the very central parts (e.g., Bartelmann & Schneider 2001). Moreover, clusters act as a natural telescope which can be used to investigate the faint population of early galaxies (Ellis 1997). Jean et al. (1999), using a model introduced by Nemiroff & Dekel (1989), found that in a survey of 100 square degrees with a limiting magnitude $B = 26.5$ mag/arcsec² the discovery of about 50 luminous arcs (i.e., magnification $\mu \geq 5$) is expected. This would enormously increase the number of known arcs, and allow to constrain the cosmological models via their statistics (Bartelmann et al. 1998).

In the last years, there have been a few claims of candidate dark cluster of galaxies: these elusive objects can only be detected by their weak lensing signal, and if they exist they will dramatically change our ideas on the structure formation. A systematic search for clusters through weak lensing effects on a very wide field could discover them or, at least, will put strong constraints on their population and their mass scale. Consider, moreover, that a weak lensing survey for clusters is a project which is interesting *per se*, since it will be sensible to the total mass in these bounded systems, and finely complement optical and X-rays surveys.

5.2 Cosmic shear

Cosmic shear indicates the weak distortion of light bundles due to the cumulative effects of inhomogeneous mass distribution in the Universe. Only in very last years this has become a feasible observational tool in cosmology (e.g., Mellier 2002). At the present time, all the cosmic shear studies have been with survey which cover, taken together, less than 70 square degrees.

Light propagation in a clumpy Universe accumulates weak lensing effects on Gigaparsec scale: the shape and amplitude of the observed lensing effect as a function of the angular scale is predicted by the theories which describe the gravitational growth of Gaussian fluctuations. Without going into details, the main problem is to measure a signal which is of order of a few percents, much smaller than the intrinsic dispersion of ellipticity distribution of galaxies σ_e . However, it can be shown (Bartelmann & Schneider 2001) that a cosmic shear survey covering one square degree, with a depth corresponding to about 20 galaxies per square arcminute, should be the minimum requirement to measure a cosmic shear signal. While several groups have already observed such a signal, it is necessary a survey larger than 100 square degrees in order to obtain information on the cosmological constant or the shape of the power spectrum over large angular scales (Van Waerbeke et al. 2000). A multiband survey is also necessary in order to get information on the sources redshifts and their clustering properties.

5.3 Monitoring programs with VST

Microlensing of quasars, plane

6 VST: the VLT Survey Telescope

The wide survey we have outlined above can be optimally provided by a wide field telescope like the VST. The VST project is the result of a cooperation between the European Southern Observatory (ESO) and the Osservatorio Astronomico di Capodimonte (OAC) for the construction of a wide field 2.6 meter telescope, specialized for high quality astronomical imaging. The VST will be installed and operated at the ESO Observatory at Paranal, Chile, and is expressly designed, among other things, to perform wide extragalactic surveys. Indeed, the field of view is 1.47 degree wide, matched with a $16k \times 16k$ CCD camera. The pixel size is $15 \mu m$, equivalent to $0.21''$.

A project for a survey to be performed using the VST has been recently presented (Busarello, Longo & Merluzzi 2001). This survey, the so called *VST 300 Mpc Survey*, is tailored to explore the Universe at redshift $z \sim 0.2 \div 1$, in order to fill the gap between shallow surveys (e.g. the Sloan Digital Sky Survey) and deep ones (e.g., VIRMOS), but it will also provide the astronomical community with a large number of high luminosity quasars at large redshift. The area to be covered is 200 square degrees, which corresponds approximatively to a 300 Mpc region at $z = 0.5$, and will be carried out in four bands with limiting magnitude $U=23$, $B=24$, $V=25$, $R=24$, $I=23$. A possible survey region has been identified at Galactic latitude $\sim -55^\circ$ and ecliptic latitude $\sim -18^\circ$, partially overlapping with other surveys: SDSS, VIRMOS/XMM medium deep, XMM-SCC/Subaru deep; NAO deep optical survey. Moreover in this area there are about 100 archived HST-WFPC2 pointings.

7 Conclusions

With improved statistics, gravitational lensing will be a sensitive cosmological probe to constrain the values of the quintessence parameters, and, hence, shed some light on its mysterious nature. This is because statistics of multiply imaged quasars probes the Universe in the redshift range $z \simeq 1 \div 3.5$, or even higher, and this range corresponds to the time when dark energy starts playing a dominant role in the dynamics of the Universe (see, e.g., Turner (2000)). We performed a preliminary analysis of the results expected by a wide survey at high Galactic latitude performed with a telescope like VST, and showed the exciting perspectives offered by gravitational lensing studies with such a facility.

The only sad thought is that Ruggiero de Ritis is not with us to share the joy of these new scientific enterprises.

Acknowledgments

I wish to thank G. Busarello and G. Longo for our discussions on the VST and the survey project. I am indebted to Paul Schechter and Nick Morgan for the stimulating discussions on the statistical lensing studies in wide field survey, and to prof. M. Capaccioli for his support whenever it was needed.

References

- Alcock, C. & Anderson, N. 1986, ApJ 302, 43
- Alcock, C. et al. 2001, ApJ 550, 169
- Bartelmann, M. et al. 1998, A&A 330, 1
- Bartelmann, M. & Schneider, P. 2001, Phys. Rep. 340, 291
- Bondi, H. 1960, *Cosmology*, Cambridge University Press, London
- Bradač, M. et al. 2002, A&A 388, 373
- Busarello, G., Longo, G. & Merluzzi, P. 2001, presentation at the VST meeting, January 2001, Osservatorio Astronomico di Capodimonte, Napoli.
- Caldwell, R. 1999, astro-ph/9908168
- Carroll, S.M. 2000, *Living Reviews in Relativity*, 4, <http://www.livingreviews.org/Articles/Volume4/2001-carroll>
- Charlton, J.C. & Turner, M.S. 1987, ApJ 313, 495
- Cheng, N.Y. & Krauss, L.M. 2000, Int. J. Mod. Phys. A15, 697
- Chiba, M. & Futamase, T. 1999, Progr. Theor. Phys. 133, 115
- Chiba, M. & Yoshii, Y. 1999, ApJ 510, 42
- Claeskens, J.-F. & Surdej, J. 2002, ARA&A 10, 263
- Covone, G. 2001, PhD Thesis, Università di Napoli Federico II
- de Bernardis, P. et al. 2001, Nature 404, 955
- de Ritis, R., Marino, A.A., Rubano, C. & Scudellaro, P. 2000, PRD 62, 043506
- de Ritis, R. & Marino, A.A. 2001, PRD 64, 083509
- Disney, M.J. 2000, GRG 32, 1125
- Donahue, M. et al. 2002, ApJ 569, 689
- Ellis, G.F.R. 1995, *Observations and cosmological models in Galaxies and the Young Universe*, eds. H. von Hippel, K. Meisenheimer & J.H. Rose, Springer, Berlin
- Ellis, G.F.R. & Wainwright, J. 1997, in *Dynamical Systems in Cosmology*, eds. J. Wainwright & G.F.R. Ellis, Cambridge University Press
- Ellis, R.S. 1997, ARA&A 25, 389
- Faber, S.M. & Jackson, R.E. 1976, ApJ 204, 668

- Falco, E.E., Kochanek, C.S. & Munoz, J.A. 1998, ApJ 494, 47
- Fukugita, M. & Turner, E.L. 1991, MNRAS 253, 99
- Fukugita, M., Futamase, T., Kasai, M. & Turner, E.L. 1992, ApJ 393, 3
- Gott, J.R. III, Park, M.-G. & Lee, H.M. 1989, ApJ 338, 1
- Hartwick, F.D.A. & Schade, D. 1990, ARA&A 28, 437
- Huterer, D. & Turner, M.S. 2001, PRD 64 123527
- Jaffe, A.H. et al. 2001, Phys. Rev. Lett. 86, 3475
- Jean, C. et al. 1999, astro-ph/9910451
- Keeton, C.R. 2003, ApJ 582, 17
- Kochanek, C.S. 1993, ApJ 419, 12
- Kochanek, C.S. 1996, ApJ 466, 638
- Koopmans, L.V.D. & Fassnacht, C.D. 1999, ApJ 527, 513
- Leibundgut, B. 2001, ARA&A 39, 67
- Loveday, J., Peterson, B.A., Efstathiou, G., & Maddox, S.J. 1992, ApJ 390, L338
- Malhotra, S. & Turner, E.L. 1995, ApJ 445, 553
- Mao, S. 1991, ApJ 380, 9
- Marzke, R.O. et al. 1994, AJ 108, 437
- Matarrese, S. 2002, private communication
- McVittie, G.C. 1940, Observatory 63, 281
- Melchiorri, A. et al., 2000, ApJ 536, L63
- Mellier, Y. 2002, SSRv 100, 73
- Nemiroff, R.J. 1989, ApJ 341, 579
- Nemiroff, R.J. & Dekel, A. 1989, ApJ 344, 51
- Overduin, J. & Priestler, W. 2001, Naturwiss. 88, 229
- Özer, M. & Taha, M.O. 1987, Nucl. Phys. B 287, 776
- Paczynski, B. & Gorski, K. 1981, ApJ 248, L101
- Park, M.G. & Gott III, J.R. 1997, ApJ 489, 476

- Peacock, J.A. 1999, *Cosmological Physics*, Cambridge University Press
- Perlmutter S. et al., 1999, ApJ, 517, 565
- Petters, A.O., Levine, H. & Wambsganss, J. 2001, *Singularity Theory and Gravitational Lensing*, Birkhäuser, Boston
- Pryke, C. et al. 2001, submitted to ApJ, preprint astro-ph/0104490
- Rusin, D. & Ma, C.-P. 2001, ApJ 549, L33
- Schechter, P.L. 1975, PhD Thesis, California Institute of Technology
- Schechter, P.L. 1976, ApJ 203, 297
- Schmidt, B.P. et al., 1998, ApJ 507, 46
- Schneider, P., Ehlers, J. & Falco, E.E. 1992, *Gravitational Lenses*, Springer-Verlag, Berlin
- Surdej, J. & Claeskens, J.-F. 1998, in *Proc. of the Workshop "Science with Liquid Mirror Telescopes"*, ed. M. Ferrari, Marseille
- Turner, E.L. 1990, ApJ 365, L43
- Turner, E.L., Ostriker, J. P. & Gott, J. R. III 1984, ApJ 284, 1
- Turner, M.S. 2000, Phys. Rep. 333-334, 619
- Turner, M.S. 2001, PASP 113, 653
- van Waerbeke, L. et al. 1999, A&A 358, 30
- Viana, P.T.P. & Liddle, A.R. 1998, PRD 57, 674
- Zhu, Z.H. & Wu, X.P. 1997, A&A, 326, L9

Gli Strigiformi del Museo Zoologico dell'Università di Napoli Federico II (Aves, Strigiformes). Catalogo della collezione con note storiche

Nota di Nicola Maio¹, Davide Chiacchio² & Armando Nappi³

Presentata dal socio Antonio Giuditta
(Adunanza del 17 gennaio 2003)

Abstract - The Strigiformes specimens currently contained in the ornithological collections of Zoological Museum of University of Naples are 86, and they belong to the following old collections: the "Ancient Collection of Royal Zoological Museum" (beginning XIXth century), the ancient "Brazil Collection" acquired by G. Sangiovanni in 1834, the late XIXth century collection acquired by A. Costa, the "M. Schettino Collection" (beginning XXth century) and the collection of Museum of Comparative Anatomy (1860-1950). A review of taxonomical determination of these Mammals, a thorough research on archive data, museum collections and literature was performed. The list of the specimens now lost, is reported. The Owls collection is represented by 20 species belonging to two families: Tytonidae with 12 specimens of *Tyto alba* (7 mounted specimens, 1 skeleton, 2 sterna, 1 fixed organ, eggs) and Strigidae with 19 species: 2 *Aegolius fumereus* (mounted specimens; eggs); 2 *Asio clamator* (mounted specimens); 6 *A. flammeus* (2 mounted specimens; 1 skull; 2 sterna; eggs); 5 *A. otus* (3 mounted specimens; 1 skull; eggs); 4 *Athene noctua* (3 mounted specimens; egg); 2 *Bubo africanus* (mounted specimens); 1 *B. axalaphus* (egg); 13 *B. bubo* (3 mounted specimens; 2 skeletons; skull; 2 sterna; 4 fixed organ; eggs); 1 *B. lacteus* (mounted specimen); 2 *B. virginianus* (skeleton; skull); 1 *Glaucidium capensis* (mounted specimen); 1 *G. minutissimus* (mounted specimen); 1 *G. perlatum* (mounted specimen); 1 *Lophostrix cristata* (mounted specimen); 3 *Nyctea scandiaca* (mounted specimen; 2 eggs); 4 *Otus choliba* (mounted specimens), 6 *O. scops* (4 mounted specimens, 1 sternum, eggs); 1 *Pulsatrix perspicillata* (mounted specimen); 7 *Strix aluco* (7 mounted specimens; 1 skull); 1 *Strix* sp. (mounted specimen). The most important specimen are *B. bubo* and *A. flammeus* coming from Naples, that are the first record in Neapolitan area. An other interesting specimens is *A. otus* also from Naples.

¹ Museo Zoologico, Centro Museale «Musei delle Scienze Naturali», Università degli Studi di Napoli Federico II, Via Mezzocannone, 8 - 80134 Napoli, Italia.

² Dipartimento di Zoologia, Università degli Studi di Napoli Federico II, Via Mezzocannone, 8 - 80134 Napoli.

³ Corso Umberto I, 237 - 80138 Napoli.

Riassunto – Gli Strigiformi attualmente presenti nella collezione ornitologica del Museo Zoologico di Napoli sono 86 e provengono dalle seguenti collezioni preesistenti: la “Collezione Antica del Regio Museo Zoologico” (inizio ‘800), la “Collezione del Brasile” acquisita da G. Sangiovanni nel 1834, la Collezione acquisita da A. Costa a fine ‘800, la “Collezione M. Schettino” di inizio ‘900 e la Collezione del Gabinetto di Anatomia Comparata (1860-1950). È stata eseguita una revisione della diagnosi tassonomica di tutti gli esemplari e sono state effettuate dettagliate indagini d’archivio, ricerche bibliografiche e studi sulle varie collezioni museali. Viene inoltre riportato l’elenco di tutti i reperti oggi perduti. La collezione di Strigiformi consiste di 20 specie appartenenti a due famiglie: Tytonidae con 12 esemplari di *Tyto alba* (7 esemplari naturalizzati, 1 scheletro, 2 sterni, 1 preparato organico, uova) e Strigidae con 19 specie: 2 *Aegolius funereus* (es. nat.; uova); 2 *Asio clamator* (es. nat.); 6 *A. flammeus* (2 es. nat.; 1 cranio; 2 sterni; uova); 6 *A. otus* (3 es. nat.; 1 cranio; uovo); 4 *Athene noctua* (3 es. nat.; uovo); 2 *Bubo africanus* (es. nat.); 1 *B. axalaphus* (uovo); 13 *B. bubo* (3 es. nat.; 2 scheletri; 1 cranio; 2 sterni; 4 prep. organici; uova); 1 *B. lacteus* (es. nat.); 2 *B. virginianus* (scheletro; cranio); 1 *Glaucidium capensis* (es. nat.); 1 *G. minutissimus* (es. nat.); 1 *G. perlatum* (es. nat.); 1 *Lophostrix cristata* (es. nat.); 3 *Nyctea scandiaca* (es. nat.; 2 uova); 4 *Otus choliba* (es. nat.), 6 *O. scops* (4 es. naturalizzati, 1 sterno, uova). 1 *Pulsatrix perspicillata* (es. nat.); 8 *Strix aluco* (7 es. nat.; 1 cranio); 1 *Strix* sp. (es. nat). Gli esemplari più importanti sono *B. bubo* ed *A. flammeus* provenienti da Napoli, prime segnalazioni per la città. Un altro interessante reperto è *A. otus* sempre di Napoli.

Key words: Strigiformes, revision, collection, Zoological Museum, Naples, Italy.

1 - INTRODUZIONE

Il Museo Zoologico di Napoli fu istituito da Gioacchino Murat il 18 febbraio 1813 come Museo Zoologico della Regia Università degli Studj di Napoli ed era annesso all’Istituto Zoologico (oggi Dipartimento); nel 1992 è entrato a far parte del nuovo Centro Interdipartimentale «Musei delle Scienze Naturali» che, oltre alla Sezione di Zoologia, comprende anche quelle di Antropologia, Mineralogia e Paleontologia (Botte & Scillitani, 1999; Botte & Maio, 2002). A partire da questo anno è iniziata un’opera di ricatalogazione, revisione della determinazione tassonomica e recupero di tutto il materiale sino ad oggi conservato in museo oltre che di raccolta di nuove collezioni.

Nel 1985 fu compilato l’ultimo Catalogo del Museo ma risultava incompleto e privo di tutte le informazioni storiche relative ai vari reperti rendendo quindi necessaria la pubblicazione di nuovi elenchi scientifici per i vari gruppi sistematici.

Nel presente lavoro viene presentato il catalogo degli Strigiformi (Aves, Strigiformes) corredato di tutti i dati recuperati dalle varie ricerche d’archivio e bibliografiche, e l’elenco dei reperti delle collezioni antiche ormai dispersi con le relative informazioni.

Tutti gli esemplari della collezione sono stati inoltre inseriti in un database che presto sarà fruibile su rete telematica.

1.1 – *Cenni storici delle ricerche sugli Strigiformi in Italia Meridionale (XVII-XIX sec.)*

I primi studi sugli Strigiformi furono condotti a Napoli nel XVII secolo dal francese Jean Germain, che fu allievo a Montpellier del grande anatomista André du Laurens (Torrini, 2001). Stabilitosi a Napoli dove entra nell'ordine dei Minimi presso il convento di San Francesco di Paola, il Germano (nome italianizzato) investiga, tra i primi in Italia, i rapporti tra l'anatomia umana e quella animale gettando le basi della moderna anatomia comparata, ed in particolare descrive nel suo trattato la zootomia di diversi Mammiferi ed Uccelli, tra i quali il gufo, illustrandone anche lo scheletro con ottime tavole (Germain, 1625).

Marco Aurelio Severino, originario di Tarsia (CS), illustre medico e zoologo dell'Università di Napoli e seguace della nuova concezione della medicina fondata sulle teorie del famoso anatomico inglese William Harvey, fu autore, nel 1645, della Zootomia Democritea, ancora oggi considerata come uno dei primi trattati moderni di anatomia comparata. In questa voluminosa opera comparò gli apparati di moltissime specie animali ed in particolare, nella sezione dedicata agli Uccelli, l'Ornitografia, effettuò numerose dissezioni, descrivendo anche l'anatomia interna della civetta (Severino, 1645; Delle Chiaje, 1836).

Nel XVIII secolo non ci sono stati rilevanti studi su questo gruppo di Uccelli. Bisogna aspettare le ricerche di Oronzio Gabriele Costa, zoologo e paleontologo pugliese, che esercitò la sua professione a Napoli, per avere i primi veri studi faunistici sugli Strigiformi in Italia meridionale (Costa, 1836). In particolare egli pubblica tra il 1839 ed il 1857 i fascicoli del volume della Fauna del Regno di Napoli dedicato agli Uccelli ed i primi fogli riguardano appunto i rapaci (Costa, 1839, 1840). Tra i soci dell'Accademia degli Aspiranti Naturalisti di Napoli fondata dal Costa, fornirono interessanti contributi allo studio faunistico di quest'ordine anche Salvatore e Nicola De Luca, Achille Costa (figlio di Oronzio) ed Alfonso Beck (Scebba, 1993).

Sul finire del XIX secolo Enrico H. Giglioli (1889, 1890) curò un lavoro monografico dedicato all'ornitofauna di tutte le regioni italiane e per la Campania si avvale della collaborazione di appassionati ornitologi napoletani come Carlo Praus-Franceschini e Francesco Saverio Monticelli, rispettivamente curatore e direttore del Museo Zoologico di Napoli. Entrambi, per compilare la loro lista, fecero riferimento alle notizie ricavate dalla collezione ornitologica del museo (Giglioli, 1890). Per l'isola di Capri in particolare, Giglioli (1890) si avvale del medico e naturalista Ignazio Cerio che fornì un valido contributo con le sue dettagliate osservazioni.

2 – MATERIALI E METODI

Per realizzare un'accurata indagine storica delle collezioni appartenute alle varie istituzioni museali confluite nel Museo Zoologico, si è proceduto alla revisione della diagnosi tassonomica, alla contestualizzazione di tutti i reperti di Strigiformi oggi presenti in museo e al recupero delle informazioni relative agli esemplari perduti. A tale scopo si è resa necessaria la ricerca e la consultazione di numerosi cataloghi ed inventari manoscritti inediti, oltre alla normale ricerca bibliografica. Manoscritti e documenti sono stati consultati a Napoli nelle seguenti istituzioni: Archivio di Stato; Biblioteca del Dipartimento di Zoologia; Biblioteca del Dipartimento di Biologia Evolutiva e Comparata; Archivio Storico dell'Università di Napoli Federico II; Biblioteca Universitaria; Biblioteca dell'Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche, Biblioteca dell'Accademia Pontaniana, Biblioteca Nazionale Vittorio Emanuele III; Biblioteca della Stazione Zoologica «Anton Dohrn». Fondamentali informazioni sulla storia dei reperti sono state inoltre desunte da un accurato esame critico dei cartellini originali, di diversa tipologia (Maio & Picariello, 2001).

Per comodità sono stati indicati con sigle i seguenti musei scientifici napoletani: Museo Zoologico (MZN), Gabinetto di Anatomia Comparata dell'Università degli Studj di Napoli (GAC), Gabinetto di Anatomia Generale e Patologica dell'Università degli Studj di Napoli (GAGP); sigle sono state utilizzate anche per i seguenti cataloghi manoscritti: Elenco del Museo Zoologico richiesto dal Rettore Gaetano Errichelli del 1861 (Elenco Errichelli); Catalogo del Regio Museo Zoologico di Napoli del 1845-1922 (Cat. RMZ); Catalogo del Museo Zoologico del 1984-2000 (Cat. MZN); Inventario di Mobili, Utensili, Cristalli ecc... del Real Museo Zoologico (Inv. MUC); Catalogo del GAC (Cat. GAC) ed Inventario del GAC (Inv. GAC).

La revisione tassonomica e nomenclaturale dei reperti si è basata su Amori *et al.* (1993), Monroe (1993) e Wells (1998). Per i nomi italiani si è fatto riferimento a Massa *et al.* (2000); per l'identificazione dei reperti sono stati consultati i lavori di Bowdler Sharpe (1875), Clements (1991), König (1969), Cramp & Simmons (1980), Mikkola (1983), Géroutet (1984), Chiavetta (1988), Boyer & Humer (1991), Allan (1996). La determinazione non è risultata ovviamente possibile sui preparati anatomici: in tal caso è stata considerata la specie riportata sui cartellini.

Per il catalogo aggiornato sono stati seguiti i criteri utilizzati in Maio *et al.* (2001) e Maio & Picariello (2000). Le informazioni relative agli esemplari presenti oggi nel MZN sono riportate secondo il seguente schema: classificazione sistematica organizzata gerarchicamente sino al nome specifico; nome comune; numero del Cat. MZN in grassetto con la «Z» iniziale; numero dell'inventario

amministrativo del MZN tra parentesi tonde; tipo di reperto⁴; luogo di provenienza (toponimo, provincia⁵, nazione) e data di raccolta o di acquisizione. L'ubicazione attuale in museo è indicata in cifre romane per le vetrine inferiori, in cifre arabe per le vetrine superiori precedute dalla lettera «V». Sono stati inoltre riportati: numero del Cat. RMZ in grassetto senza la «Z» iniziale; numero di inventario amministrativo del Cat. RMZ tra parentesi tonde e in corsivo; numero del Cat. GAC tra parentesi quadre; numero dell'Inv. GAC in corsivo; la collezione di origine⁶. Vengono riportate, infine, le note storiche, le eventuali osservazioni e le fonti bibliografiche. Le incertezze sono indicate con il «?».

3 – RISULTATI

3.1 – Storia della collezione

Il più antico documento riguardante gli Strigiformi del MZN è rappresentato dal “Notamento degli Animali che si conservano nel Real Museo Zoologico raccolti da Febbrajo a Dicembre del 1812”. Si tratta di un manoscritto attribuito da Monticelli (1905) a Luigi Petagna, professore aggiunto alla cattedra di Zoologia. In tale elenco vi sono registrati 12 Strigiformi (cfr. tab. 1).

Tabella 1 - Elenco dei reperti di Strigiformi registrati nel “Notamento degli Animali che si conservano nel Real Museo Zoologico raccolti da Febbrajo a Dicembre” del 1812.

N° es.	Nome volgare	Nome scientifico originale	Nome francese riportato da Buffon
1	Civettolina	<i>Strix scops</i> Lin.	Petit duc
2	Civetta comune (?)	<i>Strix aluco</i> Linn.	Hulotte
2	Barbagianni	<i>Strix flammea</i> Linn.	Effraye (sic!) o Fraije
3		<i>Asio</i>	
4		<i>Bubbo</i> (sic!)	

⁴ Per brevità sono state indicate con abbreviazioni i seguenti termini: es. tass.=esemplare in pelle tassidermizzato non montato, es. nat.=esemplare in pelle naturalizzato, app.=apparato, juv.=giovane, sec.=conservato a secco, form.=conservato in formalina; alc.=conservato in alcool; sx: sinistra; dx: destra; ♂= maschio; ♀= femmina.

⁵ Per brevità sono state indicate le province italiane con le sigle delle targhe automobilistiche.

⁶ Coll. Brasile-Sangiovanni = collezione donata dal Governo Brasiliano a Sangiovanni nel 1834; Coll. antica, RMZ = reperti del RMZ raccolti dal 1812 al 1856; coll. Schettino = collezione di Mario Schettino donata al RMZ nel 1937; coll. RMZ = reperti del RMZ raccolti dal 1860 al 1940; coll. GAGP = reperti del GAGP raccolti dal 1845 al 1860, confluiti nel 1860 al GAC; coll. O. G. Costa = collezione osteologica di Oronzio Gabriele Costa, ceduta nel 1863 al GAC; coll. GAC = reperti del GAC raccolti da 1860 al 1905, ceduti nel 1950 al MZN; coll. MZN = collezione Museo Zoologico di Napoli dal 1950 ad oggi.

Giosuè Sangiovanni, assunta la direzione nel 1832, si adoperò affinché fosse costruita la nuova sede del Museo Zoologico (aperta al pubblico nel 1845) ed incrementò notevolmente le collezioni. I preparati erano disposti nel museo in accordo con la teoria lamarckiana di cui il Sangiovanni, tra i primi in Italia, era fervente sostenitore. In particolare egli arricchì la collezione ornitologica, soprattutto grazie al dono di numerosi reperti della regione neotropicale che, nel 1834, furono donati dal governo brasiliano. La "collezione del Brasile" (coll. Brasile-Sangiovanni) originariamente comprendeva 12 esemplari di Strigiformi, provenienti dal Sud America (cfr. tabb. 3 e 4). Oggi, in seguito alle vicissitudini e agli eventi bellici che hanno sconvolto il museo, della raccolta sono rimasti sette esemplari di Strigiformi. Tutti gli altri esemplari acquisiti sotto la direzione di Petagna, di Sangiovanni e di Luigi Laruccia (1850-1856) tra il 1813 e il 1856 erano stati poi riportati nel Catalogo del RMZ e nel Catalogo MUC, con alcune aggiunte, (entrambi oggi perduti) sotto il nome di "collezione antica del RMZ" (coll. antica, RMZ) (cfr. Tabb. 3 e 4). In tale catalogo erano elencati 34 Strigiformi (compresi quelli della coll. del Brasile) dei quali 19 tuttora presenti. Sotto la direzione di Ettore Cerulli non sono state acquisite ulteriori collezioni.

In seguito all'unità d'Italia, il 23 novembre 1860 Gaetano Errichelli, nuovo Rettore dell'Università di Napoli, destituì per motivi politici Cerulli dalla direzione del RMZ per sostituirlo con Achille Costa. All'Archivio di Stato è conservato il verbale del passaggio delle consegne al quale è allegato un elenco di tutti gli esemplari del museo, firmato dal Rettore Errichelli con data 23 gennaio 1861, compilato da una commissione presieduta da Gennaro Barbarisi, direttore del GAGP (Elenco Errichelli). Tale inventario riporta i reperti ordinati per taxa, il binomio linneano, il numero di esemplari e saltuariamente la località di provenienza (cfr. Tab. 2). Vi sono registrati 30 esemplari di Strigiformi.

Tabella 2 - Elenco dei reperti di Strigiformi registrati nell'Elenco Errichelli, 23-1-1861.

Genere e Specie, Autori	Individui	Osservazioni
<i>Otus communis</i> Cuv.	2	Ascia cornuta
<i>Otus maculosus</i> Less.	2	
<i>Otus mexicanus</i> Less.	1	
<i>Otus lacteus</i> Less.	1 <i>Otus maculosus</i>	
<i>Uluia</i> ?	1	
<i>Strix flammea</i> Lin.	7	Facceiommo
<i>Strix badia</i> ?	1	
<i>Symium aluco</i> ?	1	
<i>Bubo europaeus</i> Less.	5	
<i>Noctua torquata</i> Savig.	1	
<i>Noctua cajanensis</i> Sav.	1	
<i>Noctua pumila</i> ?	1 da spedirsi	
<i>Noctua passerina</i>	2	Civetta comune
<i>Scops zorca</i> Cuv.	3	Ascitiello
<i>Scops lophotes</i> Less.	1	

Achille Costa, direttore del MZN dal 1860 al 1898, ha arricchito il museo con esemplari provenienti dall'Italia meridionale allo scopo di formare una collezione di fauna locale, oltre che dal resto d'Europa, dall'Africa e dall'America, costituendo il nucleo centrale della "collezione storica del RMZ" (coll. RMZ). Questa collezione originariamente comprendeva, sino al 1899, 55 esemplari di Strigiformi dei quali 27 reperti sono ancora oggi conservati (cfr. Tabb. 3 e 4).

Tabella 3 - Elenco dei reperti di Strigiformi, oggi dispersi, registrati nel Cat. RMZ.

N° prog. (Inv.)	Specie	Patria	Individui	Provenienza	Data	Osservazioni
514	<i>Otus vulgaris</i> Flem.	Europa	1	Coll. antica		
515	<i>Otus vulgaris</i> Flem.	Europa	1	Coll. antica		
517	<i>Otus vulgaris</i> Flem.	Stati Uniti	1	Coll. antica		deperito
519	<i>Otus maculosus</i> Less.	C.B.Sp.	1	Coll. antica		
526	<i>Scops zorca</i> Swains	Europa	1	Coll. antica		
527	<i>Scops zorca</i> Swains	Europa	1 pullus	Coll. antica		Trovato in museo
529	<i>Scops brasiliensis</i> Bp.	Brasile	1	Museo di Torino	1863	
533	<i>Scops brasiliensis</i> Bp.	Brasile	1	Coll. antica	1834	var.
534	<i>Strix flammea</i> Linn.	Europa	1	Coll. antica		
535	<i>Strix flammea</i> Linn.	Europa	1	Coll. antica		
536	<i>Strix flammea</i> Linn.	Europa	1	Coll. antica		
538	<i>Strix flammea</i> Licht.	Brasile	1	Museo di Torino	1863	var. <i>perlata</i> . Disc. 1913
540	<i>Strix longirostris</i> Spix. (<i>Asio clamator</i>)	Brasile	1 ♂	Museo di Torino	1863	
544	<i>Ulula cajennensis</i> Gm.	Guayana Francese	1	Coll. antica	1834	
545	<i>Ulula torquata</i> Daud.	Brasile	1	Coll. antica	1834	
546	<i>Noctua passerina</i> Linn.	Europa	1	Coll. antica		Disc. 1913
548	<i>Noctua ferruginea</i> Wied.	Brasile	1	Coll. antica	1834	Non inventariata
549	<i>Noctua infusata</i> Tem.	Brasile	1	Coll. antica	1834	Non inventariata
551	<i>Noctua minutissima</i> Wied.	Brasile	1	Museo di Torino	1863	
552	<i>Bubo europaeus</i> Less. (<i>B. bubo</i>)	Napoli	1 juv.	Acquisto	1870	
16319	<i>Noctua passerina</i> Linn.	Cairo	1	Dono Panceri, viaggio in Egitto	1873	Un'altra ai duplicati
17916	<i>Scops brasiliensis</i> Bp.	Tecolete	1 ♂	Dono Filippo Fiovani	1875	dott. Fiovani medico di fregata
22493	<i>Otus vulgaris</i> Flem.	Barletta	1 ♂	Acq. De Romita	1876	
35221	<i>Noctua minutissima</i> Wied.	Matogrosso (Brasile)	1	Dono Settembrini	1884	Discaricato 1913
44943 (40982)	<i>Bubo europaeus</i> Less. (<i>B. bubo</i>)	Napoli	1 juv.	Acquisto	1894-95	
44978	<i>Noctua passerina</i> Linn. (<i>Carine noctua</i>)	Napoli	1 pullus	Acquisto	1894-95	

segue Tabella 3 - Elenco dei reperti di Strigiformi, oggi dispersi, registrati nel Cat. RMZ.

N° prog. (Inv.)	Specie	Patria	Indivi- dui	Provenienza	Data	Osservazioni
44979	<i>Noctua passerina</i> Linn. (<i>Carine noctua</i>)	Napoli	1	Acquisto	1894-95	Passato in Coll. Scolastica nel 1914 col n. 1015
48534 (44125)	<i>Strix flammea</i> Linn.	Napoli	1 <i>pullus</i>	Dono Fusco	1897-98	
49065 (44489)	<i>Athene glaux</i> Sav.	Marocco	1		1898-99	
49287 (45158)	<i>Strix castanops</i>	Tasmania	1	Fauna Generale	9-3-1906	Acquisto
49500	<i>Bubo maculosus</i> Vieill.	Lago Banguelo	1	Fauna Generale	Lug.-1914	Dono Duch. E. d'Aosta

Tabella 4 - Elenco dei reperti di Strigiformi, oggi dispersi, registrati nell'Inventario di mobili, utensili, cristalli ecc... del RMZ di Napoli.

N° prog.	Specie	Patria	Ind.	Provenienza	Data	Osservazioni (nome con cui è provenuto)
73	<i>Otus vulgaris</i> Flemm.	Europa	1	Collezione antica		<i>Otus communis</i>
74	<i>Otus vulgaris</i> Flemm.	Europa	1	Collezione antica		<i>Otus communis</i>
76	<i>Otus vulgaris</i> Bp.	Stati Uniti	1	Collezione antica		<i>Ulula nebulosa</i> (var. <i>americana</i>)
78	<i>Otus maculatus</i> Less.	C.B.Sp.	1	Collezione antica		
85	<i>Scops zorca</i> Swains.	Europa	1	Collezione antica		
86	<i>Scops zorca</i> Swains.	Europa	1 <i>pullus</i>	Collezione antica		
88	<i>Scops brasiliensis</i> Bp.	Brasile	1	Museo di Torino	1863	<i>Strix crugicera</i>
93	<i>Strix flammea</i> Linn.	Europa	1	Collezione antica		
94	<i>Strix flammea</i> Linn.	Europa	1	Collezione antica		
95	<i>Strix flammea</i> Linn.	Europa	1	Collezione antica		
97	<i>Strix flammea</i> Licht.	Brasile	1	Museo di Torino	1863	Var. <i>perlata</i>
99	<i>Strix longirostris</i> Spix.	Brasile	1	Museo di Torino	1863	
102	<i>Ulula cajannensis</i> Gm.	Guayana	1	Collezione antica		<i>Noctua cajannensis</i>
104	<i>Ulula torquata</i> Daud.	Brasile	1	Collezione antica	1834	<i>Noctua torquata</i>
105	<i>Noctua passerina</i> Linn.	Europa	1	Collezione antica		
107	<i>Noctua ferruginea</i> Wied.	Brasile	1	Collezione antica	1834	<i>non inventariata</i>
108	<i>Noctua infuscata</i> Temm.	Brasile	1	Collezione antica	1834	<i>non inventariata</i>
110	<i>Noctua minutissima</i> Wied.	Brasile	1	Museo di Torino	1863	<i>Strix pendula</i>
1834	<i>Bubo europaeus</i> Less.	Napoli	1 <i>juv.</i>	Acquisto	1870	
1976	<i>Noctua passerina</i> Linn.	Cairo	1	Viaggio Panceri	1873	
2235	<i>Noctua minutissima</i> Wied.	Brasile	1	Dono Settembrini		
2310	<i>Bubo europaeus</i> Less.	Napoli	1 <i>juv.</i>	Acquisto		
2314	<i>Noctua passerina</i> Linn.	Napoli	1 <i>pullus</i>	Acquisto	1894-95	
2315	<i>Noctua passerina</i> Linn.	Napoli	1	Acquisto	1894-95	

Sotto la direzione di Francesco Saverio Monticelli (1900 - 1928), la coll. RMZ fu integrata, sino al 1922, con l'acquisto di tre esemplari di Strigiformi, dei quali oggi è rimasto un solo reperto. Nel 1913 la Duchessa Elena d'Aosta donò al museo una importante collezione zoologica raccolta durante i suoi tre viaggi in Africa nella regione dei Grandi Laghi, tra il 1908 ed il 1911 (Salvadori, 1914). Di questa collezione faceva parte un solo strigiforme: un *B. maculosus* del Lago Banguelo (cfr. tab. 3) andato perduto durante l'ultimo conflitto bellico.

La collezione del RMZ durante la direzione Pierantoni fu arricchita notevolmente da Mario Schettino (1884-1938), esperto cacciatore nonché tassidermista e appassionato ornitologo, che già dal 1905 era curatore volontario della collezione ornitologica del museo (Monticelli, 1905). Questi nel 1937 donò al Museo Zoologico di Napoli la sua magnifica collezione ornitologica privata (coll. Schettino), che per numero di specie e perfetta preparazione e conservazione degli esemplari, era ritenuta una fra le più belle d'Italia. Questa collezione, all'epoca conservata nell'attuale biblioteca del Dipartimento di Zoologia, comprendeva 614 reperti fra nidi ed uova e 1240 esemplari di uccelli divisi in 340 specie dell'avifauna italiana e 178 fra specie e sottospecie di uccelli rarissimi o accidentali, tra le quali spiccavano vari esemplari di rapaci interessantissimi sia dal punto di vista storico sia per quello faunistico. Di questa collezione oggi sono rimasti 11 esemplari di Strigiformi, ancora perfettamente conservati e provvisti di cartellino originale.

Durante la II Guerra Mondiale il MZN subì a più riprese i danni dei bombardamenti che depauperarono gran parte delle sue collezioni. Nel 1948, Mario Salfi, divenuto direttore, provvide a far restaurare le strutture murarie e gli arredi danneggiati e a recuperare i preparati che rimanevano con la collaborazione di Emma Onesto, che integrò quanto rimasto con le collezioni del GAC. La collezione ornitologica, compresi i resti della collezione Schettino, fu riordinata nel salone minore assieme a ciò che rimaneva delle raccolte di invertebrati. Il museo fu riaperto in occasione del XXVIII Congresso Nazionale dell'Unione Zoologica Italiana, tenutosi a Napoli nel 1956 (Maio *et al.*, 1995).

Dal dopoguerra ai primi anni '90 vi sono state solo occasionali acquisizioni dovute a ritrovamenti di esemplari morti e successivamente naturalizzati.

Le raccolte del GAGP hanno inizio con Antonio Nanula che, a partire dal 1807, formò una raccolta privata di anatomia umana e comparata, costituendo l'allora famoso "Gabinetto di Notomia" presso l'Ospedale di S. Francesco a Napoli (Anonimo, 1846). Tale collezione che, come riportato nel suo catalogo, comprendeva anche un reperto di Strigiforme, formò il nucleo principale del GAGP dell'Università di Napoli, museo che poi diresse dal 1834 al 1846 (Nanula, 1834). Nel 1860 la collezione di anatomia comparata del GAGP (coll. GAGP) comprendente anche altre collezioni successive, conflui nel GAC.

Paolo Panceri, primo direttore del GAC, creò *ex novo* le collezioni di questo museo e raccolse, oltre ai preparati del GAGP (coll. GAGP), anche la collezione privata di reperti anatomici di Uccelli di O. G. Costa (coll. O. G. Costa) nel

1863 (Tab. 5). Nel 1873 organizzò una spedizione scientifica in Egitto con Achille Costa direttore del MZN ed Emilio Cornalia direttore del Museo Civico di Storia Naturale di Milano, per esplorare l'alta valle del Nilo e raccogliere esemplari per le collezioni dei rispettivi musei (Gasco, 1876a, 1876b). Panceri, raccolse per il GAC di Napoli quattro esemplari di Strigiformi dei quali ancora oggi ne rimangono due (Maio & Nappi, 2001). In totale il GAC ha posseduto dal 1860 al 1905 una collezione di 36 Strigiformi: di questi 21 si conservano ancora oggi in museo. Le collezioni del GAC sono poi confluite nel 1950 nel MZN.

Tabella 5 - Elenco dei reperti di Strigiformi, oggi dispersi, registrati nel Catalogo GAC, sia manoscritto (1863-1880) che pubblicato (Panceri, 1868, 1872, 1878) e nell'Inv. GAC.

N° Cat.	N° Inv.	Specie	Reperto	Data	Osservazioni
210		<i>Strix flammea</i> Linn.	cranio (sezione long.)	1863	
404	488	<i>Syrnium aluco</i> Linn.	Sterno	1863	Costa n°309
817	1145	<i>Strix sp.</i>	Tubo digerente completo		
1145		<i>Athene noctua</i> Linn.	Organi dell'udito, sec.	1862	
1302		<i>Bubo atheniensis</i> Linn.	Lamine ossee della sclerotica e cornea	1864	
1343		<i>Bubo magellanicus</i> Gml.	Lamine ossee della sclerotica	1864	
1352	212	<i>Otus vulgaris</i> Flemm.	Scheletro	1864	
1842	1146	<i>Strix flammea</i> Linn.	Stomaco	1867	
2218	2478	<i>Bubo atheniensis</i> Aldrov	Ciechi	1869	
2415	2480	<i>Bubo atheniensis</i> Aldrov	Stomaco	1870	
2524		<i>Bubo atheniensis</i> Linn.	Bulbi oculari	1870	
2546		<i>Bubo atheniensis</i> Linn.	Bulbi oculari, form.	1871	
2547	2483	<i>Bubo atheniensis</i> Aldrov	Stomaco	1870	
2990		<i>Strix flammea</i> Linn.	Glandole dell'uropigio, form.	1872	
3101		<i>Otus brachyotus</i> Forst.	Scheletro	1873	(Gasco, 1876b)

3.2 – Catalogo sistematico

Ordine STRIGIFORMES

Famiglia TYTONIDAE

Barbagianni *Tyto alba* (Scopoli, 1769)

Z5015 - es. nat. ♀ *juv.*; Posillipo, Napoli (NA, Italia), 4-7-1912; V84 (ex B57); coll. Schettino, RMZ. Reca cart. orig.: *Strix flammea* L.

- Z5016** - es. nat. *pullus*; Europa, prima del 1860; V84 (ex B86); **537**; coll. antica, RMZ. Il Cat. RMZ lo riporta come: "*Strix flammea* L., discaricato nel 1913". Lo stesso reperto è riportato sull'Inv. MUC al n° 96.
- Z5017** - es. nat. ♀; America Settentrionale, prima del 1860; V84 (ex B57); **539**; coll. antica, RMZ. Reca cart. RMZ: *Strix pratincola* Bp. Il cat. RMZ riporta la correzione *S. flammea* var. *americana*. Lo stesso reperto è riportato sull'Inv. MUC al n° 98 come: "Nome originale con cui è riportato *Strix pumila*".
- Z6282** - es. nat. ♀; Bibbiena (AR, Italia), 17-8-1936; V84; coll. Schettino, RMZ. Reca cart. orig. N° 1286.
- Z6283** - es. nat., anni '80; LXI; coll. MZN. Trovato morto, Milone don.
- Z6531** - es. nat., anni '80; LXI; coll. MZN. Trovato morto, Milone don.
- Z6532** - es. nat., anni '80; V84; coll. MZN. Trovato morto, Milone don.
- Z1709** - scheletro; 1873; V84 (ex A155); [3100], 5569; coll. GAC. (Panceri, 1878). Reca cart.: "*Strix flammea* L."
- Z6284** - sterno; 1863; V84; [402]; 490; coll. O. G. Costa, GAC. (Panceri, 1868). Il Cat. GAC. riporta: "*S. flammea* L., Costa n° 308".
- Z6285** - sterno; 1863; V84; [403]; 489; coll. O. G. Costa, GAC. (Panceri, 1868). Il Cat. GAC. riporta: "*S. flammea* L., Costa n° 307". Il cart. orig. di Costa riporta n°309 ma si riferisce allo sterno di *Syrnium aluco* n°404 Cat. GAC.
- Z1233** - piume del contorno delle orecchie, sec., M; 1872; V84 (ex A130); [3002], 5035; coll. GAC. (Panceri, 1878). Reca cart.: "*S. flammea* L., acquisto".
- Z6503** - 2 uova; V84; coll. Schettino?, RMZ. Recano n° 1113.

Famiglia STRIGIDAE

Civetta capogrosso *Aegolius funereus* (L., 1758)

- Z5033** - es. nat. ♀; Svezia, 1898-99; V84 (ex B57); **49066**; (44490); coll. RMZ. Il Cat. RMZ riporta: "*Nyctale tengmalmi* Gm." corretto in: "*Surnia caparoch* Muller". Riporta altro cart. "Dengland Onrni. T. I pg. 125". Reca cart. 1956: "*Asio funereus* (L.)".
- Z6508** - 3 uova. V84; coll. Schettino?, RMZ. Recano n. 74. Sull'uovo è riportato Ch. (Chouvette) Tengmalm.

Gufu striato *Asio clamator* (Vieillot, 1807)

- Z6300** - es. nat.; Brasile, 1834; V84; **541**; coll. Brasile-Sangiovanni, poi coll. antica, RMZ. Lo stesso reperto è riportato sull'Inv. MUC al n° 100 come *Strix longirostris* Spix., inizialmente riportato come: *Strix badia*.
- Z6301** - es. nat. ♂; Brasile, 1863; V84; **540?**; coll. RMZ. Il Cat. RMZ lo riporta come: "*Strix longirostris* Spix." corr. in "*A. clamator*", proveniente dal Mu-

seo di Torino. Lo stesso reperto è riportato sull'Inv. MUC al n° 99. Reca un cart. MZN coll. n° 137. Reca altro cart.: *Ulula ...*.

Gufo di palude *Asio flammeus* (Pontoppidan, 1763)

- Z5032** - es. nat. ♂; Napoli, 1914; LXI (ex B57); **49879**; coll. RMZ. (Maio & Nappi, 2001). Il Cat. RMZ riporta: "Fauna Napoletana. Dono Schettino". Reca cart.: *A. accipitrinus* Linn.
- Z6296** - es. nat.; Castelvolturmo (CE, Italia), 1988-90; LXI; coll. MZN. Trovato morto.
- Z6297** - cranio; 1863; V84; [201]; 276; coll. O. G. Costa, GAC. (Panceri, 1868). Il Cat. GAC riporta: "*Otus brachyotus* Forst., Costa n° 76".
- Z6298** - sterno; 1863; V84; [405]; 486; coll. O. G. Costa, GAC. (Panceri, 1868). Il Cat. GAC riporta: "*Otus brachyotus* Forst., Costa n° 310".
- Z6299** - sterno; 1863; V84; [406]; 487; coll. O. G. Costa, GAC. (Panceri, 1868). Il Cat. GAC riporta: "*Otus brachyotus* Forst., Costa n° 311".
- Z6507** - 2 uova. V84; coll. Schettino?, RMZ. Recano n°583.

Gufo comune *Asio otus* (L., 1758)

- Z5030** - es. nat. ♂; Capodimonte, Napoli (NA, Italia), 10-12-1912; LXI (ex B57); coll. Schettino, RMZ.
- Z6304** (1656)- es. nat. ♂; Stati Uniti d'America, prima del 1860; V84; **516**; coll. antica, RMZ. Lo stesso reperto è riportato sull'Inv. MUC al n° 75 come: "*Otus vulgaris* (L.), varietà *americana*" inizialmente erroneamente riportato come: *Ulula nebulosa*. Il cart. del 1956 riporta erroneamente: *Asio f. flammeus*.
- Z6534** - es. nat.; Stati Uniti d'America, prima del 1860; V84; **517?**; coll. antica, RMZ. Il reperto è riportato anche sull'Inv. MUC al n° 76 come: "*O. vulgaris* (L.), var. *americana*, deperito" inizialmente riportato come: *Ulula nebulosa*.
- Z6305** - cranio; 1863; V84; [202]; 277; coll. O. G. Costa, GAC. (Panceri, 1868). Il Cat. GAC riporta: "*Otus vulgaris* Flemm., Costa n° 77".
- Z6506** - 1 uovo. V84; coll. Schettino?, RMZ. Reca n°570.

Civetta *Athene noctua* (Scopoli, 1769)

- Z5024** - es. nat.; Europa, prima del 1860; LXI (ex B57); **547**; coll. antica, RMZ. Reca cart. orig.: *A. n. noctua* Scop., ord. Coraciformi. Il Cat RMZ riporta: *Noctua passerina* corretto in *Carine noctua*; l'Inv. MUC lo riporta al n°106.
- Z6149** - es. nat.; Venafro (IS, Italia), 17-5-1990; LXI; coll. MZN. Trovato morto su strada.
- Z6151** - es. nat., anni '80; LXI; coll. MZN. Trovato morto, Milone don.
- Z6505** - 1 uovo; V84; coll. Schettino?, RMZ. Reca n°73.

Gufo reale maculato *Bubo africanus* (Temminck, 1823)

Z6293 - es. nat.; Capo di Buona Speranza (Sud Africa); prima del 1860; V84; **518**; coll. antica, RMZ. L'Inv. MUC lo riporta al n°77 come *O. maculatus* Less.

Z6294 - es. nat. *juv.*; Senegal; prima del 1860; V84; **520**; coll. antica, RMZ.

Lo stesso reperto è riportato sull'Inv. MUC al n°79, come *O. maculatus* Less., originariamente riportato con il nome errato: *Otus lacteus*.

Gufo reale del deserto *Bubo axalaphus* Savigny, 1858

Z6318 - 1 uovo; Algeria; coll. RMZ. Reca cart. orig.: n°2913, contenitore n°121.

Gufo reale *Bubo bubo* (L., 1758)

Z5021 - es. nat.; Europa, prima del 1860; LXI (ex B57); **521** o **522?**; coll. antica, RMZ. Reca cart. orig.: "*B. b. bubo* (L.), ordine Falconiformi". Lo stesso reperto è riportato sull'Inv. MUC al n° 80 o 81?, come: "*B. europaeus* Less."

Z5022 - es. nat. ♀; Capodimonte, Napoli (NA, Italia), 29-11-1911; LXI (exB57); coll. Schettino, RMZ. (Maio & Nappi, 2001; Botte & Maio, 2002). Reca cart. orig. n° 192. Il cart. del 1956 riporta: *B. b. bubo* (L.).

Z5031 - es. nat.; Europa, prima del 1860; LXI (ex B57); **523**; coll. antica, RMZ. L'Inv. MUC lo riporta al n° 82 come: *B. europaeus* (*B. bubo*) Less.

Z699 (654) - scheletro; prima del 1860; V84; [168], 210; coll. GAGP, poi GAC. (Panceri, 1868). Il Cat. GAC lo riporta come: "*B. atheniensis* L."

Z1708 - scheletro ♂, 1834; V84(ex A155), [167]; 209; coll. Nanula, poi GAC. (Panceri, 1868). Reca cart. *B. atheniensis* L. Lo stesso reperto è riportato da Nanula (1834) al n° 285 come: *Strix bubo*.

Z672 - cranio; 1863; LVIIIIV84; [206]; 275; coll. O. G. Costa, GAC. (Panceri, 1868). Reca cart.: "*B. atheniensis* L., Costa n° 74".

Z6292 - sterno; 1863;V84; [400]; 484; coll. O. G. Costa, GAC. (Panceri, 1868). Reca cart.: "*B. atheniensis* L., Costa n° 305".

Z6291 - sterno; 1863; V84; [401]; 485; coll. O. G. Costa, GAC. (Panceri, 1868). Reca cart.: "*B. atheniensis* L., Costa n° 306".

Z1232 - bulbo oculare, sec.; prima del 1860; V84 (ex A130); [1299]; 1891; coll. GAGP, poi CAC. (Panceri, 1868). Reca cart.: *B. atheniensis* L.

Z1509 - ciechi, sec.; 1871; V84 (ex A119); [2548], 2480; coll. GAC. (Panceri, 1872). Reca cart.: *B. atheniensis* L.

Z1510 - stomaco, sec.; 1869; V84 (ex A119); [2219], 2481; coll. GAC. (Panceri, 1872). Reca cart.: *B. atheniensis* L.

Z1511 - ciechi, sec.; 1870, V84 (ex A119); [2416], 2482; coll. GAC. (Panceri, 1872). Reca cart.: *B. atheniensis* L.

Z6317 - due uova; Svizzera; coll. Schettino?, RMZ Reca cart. orig.: *B. ignavus* Salvad.; n° Cat. 64; n° inv. 3933. Contenitore n° 132.

Gufo latteo *Bubo lacteus* (Temminck, 1824)

Z5528 (1295) - es. nat.; Antub (Senegal), 1863; V84 (ex B46); **524**; coll. RMZ. Il Cat. RMZ riporta come provenienza: Museo di Torino. Lo stesso reperto è riportato sull'Inv. MUC al n° 83, come *Otus lacteus* (Cuv.).

Gufo della Virginia *Bubo virginianus* Gmelin, 1788

Z6290 - cranio; 1863; V84; [200]; 279; coll. O. G. Costa, GAC. (Panceri, 1868). Il Cat. GAC. riporta: "*Strix virginiana* Gml., Costa n° 73".

Z1699 - scheletro; 1864; V84 (ex A155), [1310]; 211; coll. GAC. (Panceri, 1868). Il Cat. GAC riporta: "*B. magellanicus* Gml., acquisto dal Museo di Milano".

Civetta nana del Capo

Glaucidium capensis (Smith, 1834) = *Glaucidium capense* Scharpe, 1875

Z5549 - es. nat. ♀; Eritrea, 1893-94; V84; **43867**; coll. RMZ. Il cat. RMZ riporta: *Noctua capensis* Schel., dono del Ministero. Reca altro cart. con dicitura: *Scops capensis* Smith. Probabilmente corrisponde al n° 2297 dell'Inv. MUC.

Civetta pigmea *Glaucidium minutissimus* (Wied, 1821)

Z5659 - es. nat.; Brasile, 1834; V84; **550**, coll. Brasile-Sangiovanni, poi coll. antica, RMZ. Lo stesso reperto è riportato sull'Inv. MUC al n°109 come *Noctua minutissima* Wied.

Civetta nana perlata *Glaucidium perlatum* (Vieillot, 1818)

Z5451 - es. nat. ♀; Abissinia (Etiopia); 1897-98; V.84 (ex B45); **47938**, *43540*; coll. RMZ. Reca cart. del MZN.: *Noctua perlata* (Viell.).

Gufo dalla lunga cresta *Lophostrix cristata* (Daudin, 1800)

Z6289 - es. nat.; America; 1834?; V84; **528**; (coll. Brasile-Sangiovanni ?) coll. antica, RMZ. L'Inv. MUC lo riporta al n° 87 e l'Elenco Errichelli come: *Scops lophotes* Less.

Gufo delle nevi *Nyctea scandiaca* (L., 1758)

Z6150 - es. nat. *juv.*; 1988; LXI (ex B57); coll. MZN. Donato dallo Zoo di Modena (Botte & Maio, 2002).

Z6319 - due uova; corso della Dvina (Russia); coll. Schettino? RMZ. Recano cart. orig.: "*N. nivea* Steph. subspecie, n° Cat. 66^a, contenitore n°135".

Z6320 - quattro uova; Lapponia; V84; coll. Schettino?, RMZ. Recano cart. orig.: *Nyctea nivea* Steph., n° Cat. 66. Contenitore n° 136 - 137.

Assiolo dei Tropici *Otus choliba* (Vieillot, 1817)

Z6288 - es. nat.; Brasile, 1834; V84; **533**; coll. Brasile-Sangiovanni, poi coll. antica, RMZ. Lo stesso reperto è riportato sull'Inv. MUC al n° 92, come *Scops brasiliensis* Bp.(varietà).

- Z6302a** - es. nat.; Brasile, 1834; V84; **531** o **532**; coll. Brasile-Sangiovanni, poi coll. antica, RMZ. Lo stesso reperto è riportato sull'Inv. MUC al n° 90 o 91, come: *Scops brasiliensis* Bp.(varietà).
- Z6302b** - es. nat.; Brasile, 1834; V84; **532** o **531**; coll. Brasile-Sangiovanni, poi coll. antica, RMZ. Questo reperto è posizionato sullo stesso supporto dell'es. Z6302a.
- Z6303** - es. nat.; Brasile, 1834; V84; **530**; coll. Brasile-Sangiovanni, poi coll. antica, RMZ. Lo stesso reperto è riportato sull'Inv. MUC al n° 89, come: *Scops brasiliensis* Bp. (varietà), inizialmente riportato erroneamente come: *Otus mexicanus*.

Assiolo *Otus scops* (L., 1758)

- Z5018** - es. nat ♀; Napoli (NA, Italia), 21-3-1906, LXI (ex B57); coll. Schettino, RMZ. Reca cart. orig.: n° 188, *Scops giu* Scop.
- Z5019** - es. nat ♂; Capodimonte, Napoli (NA, Italia), 3-8-1908, LXI (ex B57); coll. Schettino, RMZ. Reca cart. orig.: *Pisorhina scops* Kaup e cart. del 1956: *O. s. scops* L.
- Z5020a** - es. nat.; Europa, prima del 1860; V84 (exB57); **525**; coll. antica, RMZ. Reca cart.: *Scops zorca* Swains. Lo stesso reperto è riportato sull'Inv. MUC al n° 84 insieme al n° Z5020b.
- Z5020b** - es. nat.; Europa, prima del 1860; V84 (exB57); **525**; coll. antica, RMZ. Reca cart.: *Scops zorca* Swains. Lo stesso reperto è riportato sull'Inv. MUC al n° 84 insieme al n° Z5020a.
- Z6286** - sterno; 1863; V84; [407]; 482; coll. O. G. Costa, GAC. (Panceri, 1868). Il Cat. GAC. riporta: "*Scops zorca* Swains, Costa n° 312".
- Z6504** - 3 uova. ; V84; coll. Schettino?, RMZ. Recano n° 48.

Gufo dagli occhiali *Pulsatrix perspicillata* (Latham, 1790)

- Z6295** - es. nat. ♀; America meridionale; 1863; V84; **543**; coll. RMZ. Il Cat. RMZ riporta come provenienza: Museo di Torino. Il reperto è riportato anche sull'Inv. MUC al n°103 come *Macabra cajanensis* Gm., inizialmente riportato come: *Strix pulsatrix* Gray.

Allocco *Strix aluco* L., 1758

- Z5025** - es. nat. ♂ *juv.*; Vincigliata (FI, Italia), 7-9-1906; V84 (ex B86); coll. Schettino, RMZ. Reca cart. orig.: *Syrnium aluco* (L.), n° cat. 1146, n° 966 coll. ornitologica italiana Cecilia Picchi.
- Z5026** - es. nat. ♀ fase grigia; Europa; prima del 1860; V84 (ex B86); **542**; coll. antica, RMZ. Lo stesso reperto è riportato sull'Inv. MUC al n°101. Nel Cat. RMZ., anno 1845-72 era riportato al n°542 col nome di *Syrnium aluco* (L).
- Z5027** - es. nat. ♂ fase grigia; Foggia (FG, Italia), settembre 1886; LXI (ex B57); coll. Schettino, RMZ. Reca cart. orig.: *Syrnium aluco* (L.), n° 230.

- coll. ornitologica italiana Cecilia Picchi. Sul retro del cart. orig.: Giulianetti, 26-5-1887 (prep.?).
- Z5028** - es. nat. ♂ fase rossa; Rovereto (TN, Italia), 20-12-1930; LXI (ex B57); coll. Schettino, RMZ. Reca cart. orig.: *Syrnium a. aluco*. Coll. Ragioniere. Reca cart. del 1956: *S. a. aluco*, L.
- Z5029** - es. nat. ♂ fase grigia; Monte Senario (FI, Italia), 29-10-1931; LXI (ex B57); coll. Schettino, RMZ. Reca cart. orig.: *Syrnium aluco* (L.), forma scura. Reca cart. del 1956: *S. a. aluco* L.
- Z6152** - es. nat. fase grigia; Venafro (IS, Italia), marzo 1980; LXI; coll. MZN. Trovato sotto un traliccio. Milone don.
- Z6533** - es. nat. fase grigia, Montella (AV, Italia), anni '80; V84; coll. MZN. Trovato morto, dono Comunità Montana.
- Z668** - cranio; 1863; V84; [205]; 278; coll. O. G. Costa, GAC. (Panceri, 1868). Il Cat. GAC riporta: "*Syrnium aluco* L., Costa n° 75".

Strix sp.

- Z6306** - es. nat.; 1870; V84; **2391**; coll. RMZ. Lo stesso reperto è riportato sull'Inv. MUC al n° 1846 come: *Strix* sp., cambio.

4 – DISCUSSIONE

Lo studio della collezione di Strigiformi del Museo Zoologico ha consentito di recuperare interessanti dati storico-faunistici per la Campania. Tra questi l'esemplare di *B. bubo* (Cat. MZN n° Z5022), catturato a Capodimonte, Napoli, che rappresenta l'unica segnalazione storica della presenza di tale specie all'interno di un parco urbano metropolitano a Napoli. L'indagine d'archivio ha inoltre rilevato l'esistenza di altri due esemplari giovani un tempo presenti nel museo (Cat. RMZ n° 552 e n° 44934), provenienti da Napoli e acquistati rispettivamente nel 1870 e nel 1894-1895 (cfr. tab. 3 e 4). Già in passato Costa (1839) riteneva il gufo reale raro nel Regno di Napoli; Franceschini e Monticelli (Giglioli, 1890) lo consideravano sedentario ma raro nella Provincia di Napoli; Cerio (Giglioli, 1890) riferiva che ogni anno nelle prima metà di Maggio se ne prendeva qualche esemplare nell'isola di Capri (NA). Scebba (1993) infine indica la specie come sedentaria nidificante rara in Campania, più frequente in passato. Non segnalata per Napoli (Fraissinet, 1995).

Interessante è anche il reperto di *A. otus* (Cat. MZN n° Z5030) sempre di Capodimonte (Napoli) che risulta essere il primo dato di presenza invernale in ordine cronologico per la città. Costa (1839) lo riteneva frequente e comune nel Regno di Napoli e Salvadori (1872) stanziale in Campania; Franceschini & Monticelli (Giglioli, 1890) lo segnalavano frequente per la Provincia di Napoli. Esposito & Fraissinet (1995) affermano che non si conoscono nidificazioni per la città di Napoli nel passato. Sono documentate alcune osservazioni come sver-

nante anche in alcune aree urbane di Napoli: un esemplare trovato nella Villa Comunale il 7 dicembre 1989 (Scebba, 1993) e un individuo impallinato nel Bosco dei Camaldoli (NA) nel dicembre 1990 (Esposito & Fraissinet, 1995).

Infine va considerato l'esemplare di *A. flammeus* (Cat. MZN n° Z5032), catturato a Napoli. Tale dato risulta degno di nota in quanto tale specie era già rara all'inizio del '900. Costa (1839) la riteneva comune nel Regno di Napoli; Giglioli (1886) la segnalava frequente nelle province meridionali durante i passi. Le segnalazioni più recenti riportano: uno o due individui visti a Capri (NA) ogni primavera e autunno (Edelstam *et al.*, 1963; Milone, 1999) e uno inanellato a Vivara (NA) il 17 aprile 1983 mentre non è riportata per Napoli (Fraissinet, 1995).

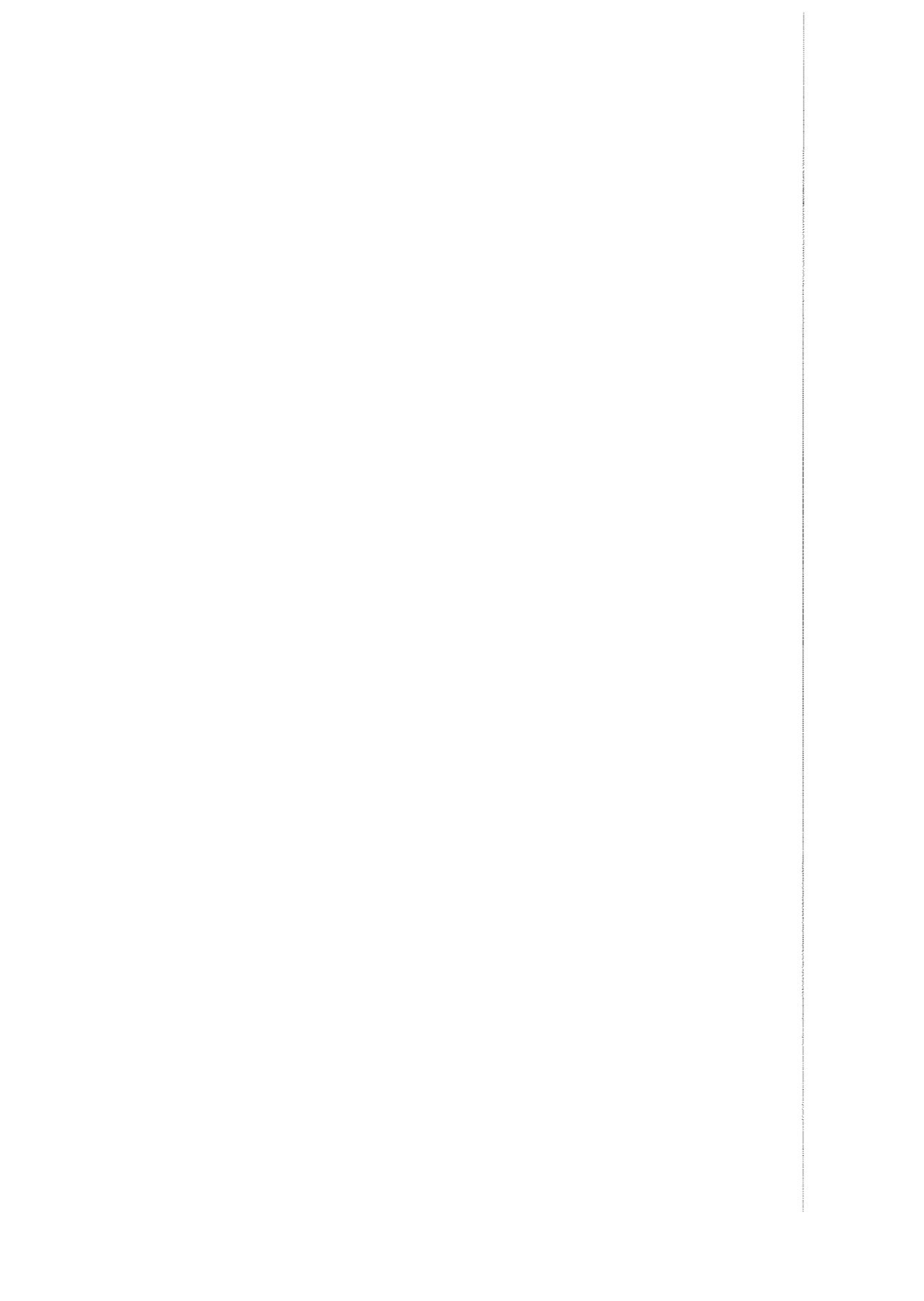
5 – RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- Allan, D. (1996) *Birds of Prey of Southern, Central and East Africa*. New Holland Ltd. Singapore.
- Amori, G., Angelici, F. M., Frugis, S., Gandolfi, G., Groppali, R., Lanza, B., Relini, G. & Vicini, G. (1993) *Vertebrata*. In: Minelli, A., Ruffo, S. & La Posta, S. (eds). *Checklist delle specie della fauna italiana*, 110. Calderini, Bologna.
- Anonimo (1846) *Necrologia. Il Cavaliere Antonio Nanula*. Annali Civili del Regno delle Due Sicilie, 40: 183-185.
- Botte, V. & Maio, N. (2002) *Il Museo Zoologico*: 102-106. In: Ghiara, M. R. (ed.). *Musei delle Scienze Naturali. Immagini ed emozioni*. Electa, Napoli.
- Botte, V. & Scillitani, G. (1999) *Museo di Zoologia*: 141-183. In: Fratta, A. (ed.). *I Musei scientifici dell'Università di Napoli Federico II*. Fridericiana, Napoli.
- Bowdler Sharpe, R. (1875) *Catalogue of Striges or nocturnal birds of prey in the collection of the British Museum*. Taylor & Francis, London.
- Boyer, T., & Humer, R. (1991) *Il mondo dei gufi*. Alauda, Limpsfield (GB).
- Chiavetta, M. (1988) *Guida ai rapaci notturni*. Zanichelli, Bologna.
- Clements, J. F. (1991) *Birds of the World: a check list*. Ibis Publishing Company, Vista (USA).
- Costa, O. G. (1836) *Cenni di statistica zoologica del Regno di Napoli*. In: Borrelli e Bompard (eds), *Album*, Napoli.
- Costa, O. G. (1839) *Fauna del Regno di Napoli, Uccelli. Parte I, contenente il Catalogo sistematico delle specie che vivono od approdano nel Regno di Napoli*. Foglio n. 2, Ordine I: Uccelli da preda. Gen. *Aquila, Astur, Nisus, Milvus, Parnis, Buteo, Circus, Otus, Strix, Bubo, Surnia*, pp. 9-16. Sautto, Napoli.
- Costa, O. G. (1840) *Fauna del Regno di Napoli, Uccelli. Parte I, contenente il Catalogo sistematico delle specie che vivono od approdano nel Regno di Napoli*. Foglio n. 3, Ordine I: Uccelli da preda. Gen. *Noctua, Scops*, pp. 17-18. Sautto, Napoli.
- Cramp, S. & Simmons, K. E. L. (eds), (1980) *The Birds of the Western Palearctic. 2. Hawks to Bustards*. Oxford University Press, Oxford.

- Delle Chiaje, S. (1836) *Istituzioni di Anatomia comparata. Tomo I*. Tip. G. Azzolino. Napoli.
- Edelstam, C., Broberg, L., Engstrom, B., Jennig, W. & Lundeberg, S. (1963) *Den svenska fagelstationen pa Capri och dess verksamhet 1956-1961*. Var Fagelv. 22: 225-270.
- Esposito, R. & Fraissinet, M. (1995) *Gufo comune* *Asio otus* (Linnaeus). In: Fraissinet M. (ed.). *Atlante degli Uccelli nidificanti e svernanti nella città di Napoli*: 137-138. Electa, Napoli.
- Fraissinet, M. (ed.) (1995) *Atlante degli uccelli nidificanti e svernanti nella città di Napoli*. Monografia n° 4 A.S.O.I.M. Electa, Napoli.
- Gasco, F. (1876a) *Viaggio in Egitto dei socii P. Panceri e F. Gasco nell'anno 1873-1874. Parte prima. Da Napoli a File*. Annuar. Assoc. Natural. e Medici per la mutua Istruzione, Napoli, 1876: 1-44.
- Gasco, F. (1876b) *Viaggio in Egitto dei socii P. Panceri e F. Gasco nell'anno 1873-1874. Parte seconda. Ritorno da Assuan. L'oasi del Fayum. Escursioni nei dintorni del Cairo. Caccia sul Lago Menzaleh*. Annuar. Assoc. Natural. e Medici per la mutua Istruzione, Napoli, 1876: 1-146.
- Germain, J. (1625) *Breve e sustanziale trattato intorno alle figure anathomiche delli più principali animali terrestri, aquatili e volatili*. Napoli.
- Géroudet, P. (1984) *Les Rapaces Diurne et Nocturnes d'Europe*. Delachaux & Niestlé, Neuchatel (Suisse).
- Giglioli, E. H. (1886) *Avifauna Italica*. Le Monnier, Firenze.
- Giglioli, E. H. (1889) *Primo resoconto dei risultati dell'inchiesta ornitologica in Italia. Parte I. Avifaune Locali. Risultati della inchiesta ornitologica nelle singole provincie*. Le Monnier, Firenze.
- Giglioli, E. H. (1890) *Primo resoconto dei risultati dell'inchiesta ornitologica in Italia. Parte II. Avifaune Locali. Risultati della inchiesta ornitologica nelle singole provincie*. Le Monnier, Firenze.
- König, C. (1969) Gli Strigiformi. In: Grzimek, B. (ed.), *Vita degli Animali. Vol. 8, Uccelli tomo 2*, pp. 410-442. Bramante, Milano.
- Maio, N. & Nappi, A. (2001) *Le collezioni ornitologiche del Museo Zoologico dell'Università di Napoli Federico II: interesse storico e faunistico*. Atti XI Convegno Italiano di Ornitologia, Castiglioncello (Livorno), 26-30 settembre 2001. Avocetta, 25 (1): 154.
- Maio, N. & Picariello, O. (2000) *I Pinnipedi ed i Sireni del Museo Zoologico dell'Università di Napoli Federico II (Mammalia: Carnivora, Sirenia). Catalogo della collezione con note storiche ed osteometriche*. Atti Soc. it. Sci. nat. Museo civ. St. nat. Milano, 141 (1): 5-22.
- Maio, N. & Picariello, O. (2001) *Storia della collezione di Cetacei del Museo Zoologico dell'Università di Napoli Federico II*. Atti 11° Congresso A.N.M.S., Napoli, 23-27 settembre 1996. Museol. sci., 16 (1) – Suppl.: 225-258.
- Maio, N., Picariello, O. & Scillitani G. (1995) *Storia e vicissitudini del Museo Zoologico dell'Università di Napoli Federico II*. Museol. sci., 12 (3-4): 189-225.

- Maio, N., Picariello, O. & Cagnolaro, L. (2001) *I Cetacei del Museo Zoologico dell'Università di Napoli Federico II. Catalogo della collezione con note osteometriche*. Atti 3° Convegno Nazionale sui Cetacei. Napoli, 5-6 dicembre 1997. Natura, Milano, 90 (2): 71-83.
- Massa, R., Bottoni, L. & Violani, C. (2000) *I nomi in lingua italiana degli uccelli di tutto il mondo*. Lybra Immagine, Milano.
- Mikkola, H. (1983) *Owls of Europe*. T & A. D. Poyser, London.
- Milone, M., (ed), (1999) *Atlante degli uccelli svernanti in Campania*. Monografia n° 6 A.S.O.I.M., A. C. M., Torre del Greco.
- Monticelli, F. S. (1905) *Notizie sulla origine e le Vicende del Museo Zoologico della R. Università*. Annuar. Mus. Zool. R. Univ. Napoli (N. S.), 2 (2): 1-47.
- Monroe, B. L. Jr. (1993) *A World Checklist of Birds*. Yale University Press, New Haven, U.S.A.
- Nanula, A. (1834) *Elenco degli oggetti di Anatomia umana e comparativa preparati nell'Ospedale di S. Francesco e d'ordine sovrano presentati alla Regia Università degli Studi*. Gabinetto bibliografico e tipografico, Napoli.
- Panceri, P. (1868) *Catalogo Sistematico del Gabinetto di Anatomia Comparata nella Regia Università degli Studi di Napoli*. Stamperia del Fibreno, Napoli.
- Panceri, P. (1872) *Catalogo Sistematico del Gabinetto di Anatomia Comparata nella Regia Università degli Studi di Napoli. Supplemento I*. Stamperia del Fibreno, Napoli.
- Panceri, P. (1878) *Catalogo Sistematico del Gabinetto di Anatomia Comparata nella Regia Università degli Studi di Napoli. Supplemento II*. Tip. dell'Accad. R. delle Sci., Napoli.
- Salvadori, T. (1914) *Uccelli raccolti da S.A.R. la Duchessa d'Aosta nella regione dei Grandi Laghi d'Africa equatoriale*. Annuar. Mus. Zool. R. Univ. Napoli (N. S.), 4 (10): 1-29.
- Salvatori, F. (1872) *Uccelli*. In: *Fauna d'Italia, parte II*. Vallardi, Milano.
- Scebba, S. (1993) *Gli uccelli della Campania*. Esselibri, Napoli.
- Severino, M. A. (1645) *Zootomia Democritea, id est anatome generalis totius animalium opificii*. Lidteris Endterianis, Norimberga.
- Torrini, M. (ed.), (2001) *Dai secreti ai principî. Percorsi della natura a Napoli, 1550-1750*. Istituto Suor Orsola Benincasa, Napoli.
- Wells, M. G. (1998) *World bird species check-list*. Wordlist, UK.

Ringraziamenti: Si ringraziano: A. Giuditta e L. Carbone per l'insostituibile collaborazione; V. Botte, S. Filosa e M. R. Ghiara per aver permesso lo studio delle collezioni; O. Picariello per aver seguito lo svolgimento della tesi sperimentale in museologia zoologica; M. Turco per il restauro dei reperti osteologici.



Recenti sviluppi della scienza e della tecnologia del calcestruzzo. Il calcestruzzo ad alte prestazioni

Nota di Riccardo Sersale

(Adunanza del dì 7 Marzo 2003)

Riassunto. La Nota illustra le nuove modalità che presiedono alla formulazione di calcestruzzi innovativi, grazie alla disponibilità di nuovi prodotti che, aggiunti agli impasti, consentono uno straordinario miglioramento delle prestazioni del conglomerato. Si tratta di additivi chimici, normalmente liquidi, che esplicano differenti funzioni; di aggiunte minerali di varia natura (ceneri volanti, fumo di silice, ecc.); di fibre di acciaio o polimeriche che migliorano duttilità ed energia di frattura. Il loro impiego nella formulazione degli impasti ha consentito il passaggio da calcestruzzi a resistenza normale (15-25 MPa a 28 giorni), a quelli ad alte prestazioni (circa 150 MPa), caratterizzati da una struttura interna assai più compatta, realizzata "in primis" mediante la possibile riduzione del tenore d'acqua d'impasto, operato dall'aggiunta di additivi superfluidificanti. Tale maggiore compattezza, alla quale non è estraneo l'impiego di aggiunte minerali, consente straordinari vantaggi non solo in termini di resistenza meccanica, ma altresì di resistenza ad agenti chimici e, dunque, in termini di durabilità delle strutture.

Premesso che lo straordinario miglioramento delle prestazioni, più che dai progressi compiuti nella fabbricazione dei cementi, sostanzialmente dipende da quelli raggiunti nel settore degli additivi organici e dalle nuove concezioni che presiedono alla formulazione degli impasti, viene discusso il complesso delle modalità operative che, a seconda delle destinazioni, consentono la produzione di calcestruzzi ad alte prestazioni, economici ed ecologici, destinati a migrare sempre più dalla fascia "di nicchia" a quella di calcestruzzi "à la carte" e di ampio mercato.

Parole chiave: Calcestruzzi ad alte prestazioni; additivi chimici; aggiunte minerali; fibers.

Summary. The present-day modalities of preparing innovative concretes, thanks to the availability of new materials, which, incorporated in the mixtures, allow an exceptional improvement of their performances, are discussed. Such materials include: chemical admixtures, liquid as a rule, performing different functions; mineral additions of various kind (fly ashes, silica fume, etc); polymeric or metallic fibers increasing ductility and fracture energy of cementitious materials.

Their incorporation in the mixtures allow the advancement from normal strength concretes (15-25 MPa, 28 days) to high performance concretes (150 MPa), characterized by a very compact internal structure, substantially attained reducing mixing water, thanks to the use of chemical admixtures. Such a higher compactness, supported by the mineral additions, too, allows exceptional

benefits, not only concerning mechanical strength, but chiefly the resistance to chemical agents and therefore the durability of the structures.

Considering that the exceptional improvement of the performances of concretes depends on the advancements in the fields of organic admixtures and on the new ideas governing the preparation of the mixtures, more than on the progress attained in the cement manufacture, a comprehensive view of the operating modalities allowing the production of high performance concretes, economical and ecological, according to the utilization, is presented, in perspective that high performance concretes on good ground will migrate more and more from the "niche" market to "à la carte" major market.

Key words: High performance concretes; chemical admixtures; mineral additions; fibers.

È noto che la quasi totalità del cemento è messa in opera sotto forma di calcestruzzo, un materiale composito che, di giorno in giorno, diviene più complesso. Non si tratta più di un conglomerato semplice, costituito da sabbia, ghiaia e pietrisco inglobati in una pasta di cemento, perché nella sua formulazione entrano anche: aggiunte minerali di varia natura (fumo di silice, ceneri volanti, ecc.), additivi chimici, normalmente liquidi, con funzioni differenti per l'acquisizione di proprietà particolari, nonché fibre polimeriche o di acciaio per aumentare duttilità ed energia di frattura.

In una miscela così complessa diviene pertanto difficile stabilire quale componente rappresenti quello "chiave", anche se il cemento rimane pur sempre un costituente essenziale.

L'accresciuto numero dei componenti se, da un lato, consente di ottenere prestazioni del tutto particolari, dall'altro, rende sempre più difficile la formulazione degli impasti, in relazione al tipo di struttura che si intende realizzare e richiede un'approfondita specializzazione degli operatori, poiché il processo d'indurimento coinvolge reazioni fra prodotti amorfi, aggiunte minerali, molecole organiche via via più complesse, acqua e, in alcuni casi, sali minerali (1).

Tali modalità innovative di formulazione degli impasti hanno cominciato a muovere i primi passi intorno agli anni '60, quando è iniziata una crescita vertiginosa della produzione mondiale di cemento che ha raggiunto, nel 1998, 1.6 miliardi di tonnellate, secondo i dati del CEMBUREAU (Fig.1).

Un così considerevole aumento della produzione, ha aperto la strada alla nascita di una nuova branca della chimica e della fisica del cemento: la scienza del calcestruzzo, la quale, più che dai progressi nel settore della fabbricazione del cemento, ha preso le mosse da quelli nei settori della scienza dei polimeri, con la recente scoperta degli effetti benefici di alcune molecole organiche sulle proprietà peculiari del calcestruzzo, operati da additivi chimici con funzioni differenti (2), con la puntuale comprensione degli effetti delle aggiunte minerali (3), delle polveri reattive (4), delle fibre metalliche, polimeriche, di vetro (2).

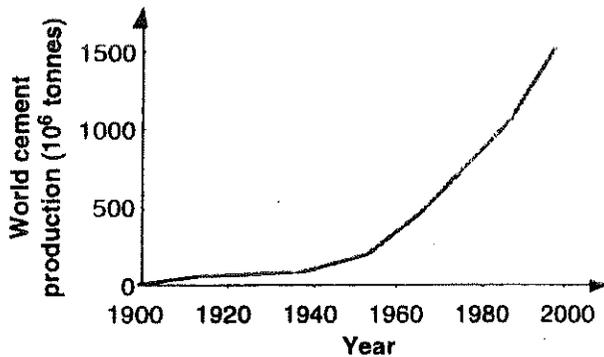


Fig. 1 - Produzione mondiale di cemento durante il ventesimo secolo (dati CEMBUREAU).

Lo straordinario sviluppo della scienza degli additivi che si è registrato nei tempi più recenti e le relative ricadute, consente oggi di produrre, su basi industriali, calcestruzzi con resistenza a compressione a 28 giorni pari a 150 MPa, a fronte di quelli con resistenza normale di 15-25 MPa che pur hanno reso segnalati servizi e restano tuttora idonei per numerose applicazioni che non richiedono elevata resistenza a compressione (basamenti, plinti, fondazioni). Tali migliorate prestazioni sono state ottenute senza notevoli modificazioni della natura del cemento Portland, ma piuttosto in virtù di un miglioramento della struttura interna, ben più compatta, del composito. Non è infatti solo il quantitativo di cemento ad influenzare resistenza meccanica e durabilità del calcestruzzo, quanto piuttosto il quantitativo d'acqua d'impasto (minor rapporto acqua/cemento, ampiezza della durata d'idratazione), con i relativi vantaggi: - incremento della resistenza a compressione; - minor permeabilità; - miglior resistenza agli agenti atmosferici e ad azioni chimiche (acqua di mare, gelo-disgelo, sali antigelo); - miglior legame pasta aggregato e pasta armatura; - ridotta tendenza alla fessurazione da ritiro; - minor disposizione alla carbonatazione.

Minore è la quantità d'acqua d'impasto, migliore è la qualità del calcestruzzo, qualità intesa non soltanto come comportamento meccanico, ma altresì come durabilità nell'intero ciclo di servizio, indice della quale è appunto la permeabilità all'acqua (5). Ciò, beninteso, purchè l'impasto sia stato adeguatamente compattato e convenientemente stagionato.

A seguito di appropriata scelta di tutti i componenti dell'impasto a seconda della destinazione d'impiego, del loro corretto proporzionamento, accompagnato da messa in posto, consolidamento, finitura, stagionatura, il calcestruzzo indurito costituisce un materiale da costruzione meccanicamente resistente, non combustibile, durabile, resistente all'abrasione, praticamente impermeabile, che richiede scarsa manutenzione e che è possibile foggare in una pluralità di forme, per impieghi pressocchè illimitati.

Le modalità innovative della formulazione dei calcestruzzi (6), determinate dall'avanzamento scientifico di cui si è detto, hanno portato in tempi recenti alla nascita dei calcestruzzi ad alta resistenza (40-50 MPa) (1), la cui denominazione è andata via via mutando in quella di calcestruzzi ad alte prestazioni (HPC), in considerazione del fatto che non si limitano a sviluppare soltanto alta resistenza, ma ad assicurare anche elevata durabilità, particolarmente in ambienti severi, con cicli di vita in servizio doppi o tripli rispetto al calcestruzzo di resistenza normale (NSC).

Si tratta, come già sottolineato, di calcestruzzi ad alta durabilità, alta lavorabilità, alta resistenza, con basso rapporto acqua/cemento (grazie ai progressi nel settore degli additivi superfluidificanti), economici, poiché possono sopportare un determinato carico con minor contenuto di cemento (1), consentendo di realizzare la struttura con ridotto impiego di casseforme, minor volume di conglomerato da gettare, armatura più ridotta, nonché ecologici, poiché consentono il collocamento di sottoprodotti industriali, quali prodotti di rimpiazzo del cemento. Ciò lascia presagire una sostituzione crescente, futura, del calcestruzzo di resistenza normale, con quello ad alte prestazioni, specie nelle applicazioni che comportano esercizio in ambienti aggressivi.

In Europa il calcestruzzo ad alte prestazioni è considerato un calcestruzzo che a 28 giorni denuncia una resistenza a compressione generalmente maggiore di 60 MPa, o un rapporto acqua/cemento inferiore a 0.40. Ciò perché si tratta di un conglomerato a bassissima porosità(6), conseguita con un quantitativo di acqua d'impasto assai inferiore a quello in uso per calcestruzzi di resistenza normale, sicché le particelle di cemento, così come quelle di prodotti cementizi supplementari, sono estremamente vicine l'un l'altra. Con il decremento di porosità della pasta di cemento, cresce la resistenza a compressione ed a tale crescita concorre anche la resistenza dell'aggregato.

Negli Stati Uniti il calcestruzzo ad alte prestazioni è considerato una miscela speciale, con requisiti che non sono quelli ordinari (6). Tali miscele presiedono alla preparazione di una pluralità di materiali cementanti ad alte prestazioni meccaniche, dei quali, senza ritenere di presentarne una lista completa, anche in considerazione del fatto che il loro numero aumenta di giorno in giorno, qui si ricordano:

- A. il calcestruzzo fibro-rinforzato, un calcestruzzo normale, al quale si aggiungono, nel corso della miscela, fibre discontinue, separate, in ragione del 1-2%, costituite da acciaio, plastica, vetro, cellulosa, disponibili in una gamma di forme e dimensioni. In particolare, quelle di acciaio hanno mostrato di migliorare significativamente la tenacità, la resistenza a flessione, all'impatto, a fatica, alla propagazione di fessure sotto sforzo (2). Impieghi principali: pavimentazioni, rappezzi, prefabbricati.
- B. il calcestruzzo con polveri ultrafini (4), quali: ceneri volanti polverizzate, scorie d'alto forno polverizzate, fumo di silice, le quali migliorano significa-

tivamente la densità relativa di paste di cemento a basso rapporto acqua-legante, contenenti un solo tipo di polvere (fumo di silice), o due tipi: scoria d'alto forno, o ceneri volanti, e fumo di silice. L'impiego combinato di due prodotti di rimpiazzo (scoria e fumo di silice, o ceneri volanti e fumo di silice) si rivela vantaggioso, poichè l'alta reattività del fumo compensa la più bassa reattività della scoria o della cenere.

- C. il calcestruzzo a matrice granulare compatta (DSP) (4).
- D. il calcestruzzo autocompattante (1), "silenzioso", poiché può esser gettato in qualunque ora del giorno e della notte, senza disturbare il vicinato, non richiedendo vibrazione.
- E. il calcestruzzo ad altissime prestazioni (VHPC), per il quale è in via di sviluppo un piano di ricerca rivolto ad impiegare grandi quantità di polveri minerali.

Nell'ambito delle formulazioni innovative, si rafforza sempre più la tendenza a richiedere il calcestruzzo "à la carte" (6), preparabile sulla base delle richieste poste dal progettista, da soddisfare, quanto più possibile, impiegando materiali locali. E' disponibile in letteratura un gran numero di modelli, comprendenti l'intero ciclo di vita, eccetto il degrado a lungo termine, modelli idonei a simulare il comportamento di una pluralità di miscele, da quelle per calcestruzzi a resistenza normale, di uso corrente, fino a quelli ad alte prestazioni, autocompattanti e pompabili.

In generale, i materiali di rimpiazzo a comportamento "pozzolanico", migliorano le prestazioni del calcestruzzo, sia attraverso la loro "pozzolanicità", sia attraverso l'effetto di riempimento dovuto al loro comportamento da microaggregato.

Il fumo di silice, in unione con un superfluidificante può, in particolare, assicurare migliore lavorabilità e scorrevolezza rispetto ad altre aggiunte minerali (7).

Buona scorrevolezza alla miscela fresca sembra poi esser assicurata da un contenuto d'aria del 1.5-2%. La temperatura alla quale si prepara la miscela dovrebbe esser mantenuta fra 15 e 20°C.

I risultati di una ricerca sulla microstruttura e sulla struttura dei pori di sistemi cementizi contenenti fumo di silice come prodotto di parziale rimpiazzo di cemento (8), convergono nell'indicare una ridotta porosità capillare e la presenza di una maggiore porosità fatta di pori a guscio (grani di Hadley). Tali pori hanno una dimensione media compresa fra 1 ed 1.5 μm , risultano inglobati nel gelo della pasta cementizia e sembrano connessi al sistema continuo di pori capillari attraverso i pori del gelo, assai più piccoli. La formazione e permanenza dei pori a guscio, che sembrano rimanere largamente saturi di fluido, nonostante gli effetti di autoessiccazione, viene ritenuta la ragione principale della ridotta porosità operata dal fumo di silice.

L'incorporazione di fumo di silice appare inoltre migliorare caratteristiche e microstruttura della zona interfacciale, attenuandone l'indebolimento. L'unione con le fibre riduce numero ed ampiezza delle fessure, aumenta inoltre l'attitudine delle fibre a determinare resistenza alla cricatura. L'incorporazione simultanea di fibre e fumo di silice si rivela dunque una via di miglioramento del calcestruzzo ad alte prestazioni sottoposto ad urto e fatica (9). Tale miglioramento viene attribuito ad un incremento della forza di legame fra aggregati e matrice cementizia, oppure all'aumento di resistenza della matrice di cemento (10).

L'impiego combinato di fumo di silice e superfluidificanti, costituisce oggi una pratica ordinaria di produzione di calcestruzzi ad alte prestazioni. Ciò dà conto del crescente consumo di questa aggiunta minerale nella produzione di calcestruzzi ad alte prestazioni. La minor permeabilità, realizzata per effetto di una microstruttura più compatta, rallenta la diffusione di ioni aggressivi. L'incremento di resistenza è conseguibile, secondo alcuni, con l'aggiunta del 15% di fumo di silice, secondo altri con il 30-40% di rimpiazzo di cemento (11).

Il calcestruzzo ad alte prestazioni, destinato ad affrancarsi sempre più dalla classificazione di materiale "di nicchia" (fascia ristretta di mercato), ha determinato un profondo cambiamento nelle modalità di progetto di una struttura. Si è fatto avanti il concetto, già sottolineato, che la qualità di un calcestruzzo è espressa innanzi tutto dalla sua durabilità e non dalla semplice resistenza a compressione, anche se non si ignora che le due caratteristiche rimangono intimamente collegate e costituiscono il fattore determinante nella formulazione di un calcestruzzo ad alte prestazioni. Tale convinzione ha comportato che mentre nel più recente passato il progetto di una struttura veniva sostanzialmente redatto sulla base della resistenza a 28 giorni del conglomerato, si ritiene oggi imperativo assicurarne il mantenimento per l'intero ciclo di vita in servizio.

A tal uopo sono stati redatti una serie di codici che, nella progettazione di una struttura, privilegiano il fattore durabilità. Si è inoltre ribadito che la resistenza a compressione iniziale di un calcestruzzo non è determinata esclusivamente dal contenuto di silicato tricalcico e dalla finezza del cemento prescelto, bensì dalla densità della pasta di cemento idratato. Essa è funzione del rapporto acqua/cemento e migliora con l'aggiunta di componenti minerali, superando, con l'ausilio di superfluidificanti, l'eventuale minor resistenza che tali aggiunte minerali determinano alle brevi stagionature.

Nella formulazione della composizione di un calcestruzzo ad alte prestazioni, ciò che può richiedere anche il ricorso a materiali speciali, particolare attenzione deve esser riservata alla caratterizzazione di ciascuno dei componenti, in termini di funzione specifica nella miscela e di compatibilità reciproca, in vista del comportamento atteso.

Nei casi più ricorrenti si preferirà quel cemento che, a 90 giorni, denuncia più alta resistenza a compressione (2), non trascurando però le condizioni ambientali con le quali la struttura è destinata a convivere, per la necessaria conservazione delle caratteristiche per l'intero ciclo di vita.

Dimensioni, forma, tessitura, natura mineralogica e pulizia dell'aggregato, giocano un ruolo determinante, in considerazione del fatto che la pasta di cemento ordinariamente costituisce il 25-40% del volume totale e l'aggregato il 60-75% (2).

Ai fini del raggiungimento del più alto valore di resistenza a compressione esiste un optimum di dimensioni dell'aggregato. La quantità di aggregato grosso (1-1.5 cm) dovrebbe esser la massima compatibile con una buona lavorabilità. Quella dell'aggregato fine può esser tenuta bassa, specie negli impasti a più alto tenore di cemento. Maggiore la dimensione massima dell'aggregato in un impasto ben classificato, minore il volume da riempire con la pasta e minore l'area superficiale dell'aggregato da rivestire con la pasta, sicchè sono richiesti minor quantità sia di cemento che di acqua, ciò che si traduce in un vantaggio in termini di qualità ed economicità.

Prove sperimentali hanno posto in luce che aggregati prodotti per frantumazione determinano resistenza a compressione più alta, rispetto a quella registrabile con ghiaia delle stesse dimensioni inglobata nella stessa quantità di cemento, in virtù del più efficace legame con la pasta.

Miglior risultato si consegue altresì impiegando come aggregato sabbia fine frantumata (12), per la più forte coesione pasta-particelle.

L'impiego di additivi chimici, classificabili per funzione, si rivela di particolare ausilio, determinandone, però, di volta in volta con prove di laboratorio il dosaggio, tenendo conto della destinazione d'uso della miscela, del fattore compatibilità degli additivi, del tipo di cemento, della presenza di aggiunte minerali, della lavorabilità.

Ad esempio, se la struttura è destinata a vivere in condizioni ambientali che comportino cicli di gelo-disgelo (ponti, moli, strutture di parcheggio), è consigliabile l'impiego di additivi aeranti.

In essi la resistenza meccanica è in qualche modo più bassa, particolarmente in quelle miscele a contenuto medio o scarso di cemento, anche se il più basso rapporto acqua/cemento, reso possibile dalla migliorata lavorabilità indotta appunto dalle bolle d'aria, tende a compensare il decremento sottolineato.

Se la struttura è programmata per vivere in ambiente protetto, si potrà evitare l'impiego di additivi aeranti.

Nei calcestruzzi additivati con aeranti si determina la formazione di un sistema di microbolle d'aria di dimensioni estremamente piccole, omogeneamente disperse nella massa e non interconnesse. L'aumento di volume che fa seguito alla solidificazione dell'acqua, provoca un aumento di pressione dell'acqua ancora liquida. La presenza di microbolle d'aria, accomodate presso i pori capillari pieni d'acqua della pasta di cemento e dell'aggregato, laddove il ghiaccio è in via di formazione, consente di scaricare la pressione idraulica mediante il passaggio dell'acqua dai pori capillari alle microbolle (13). L'aria dispersa riduce inoltre segregazione ed essudazione nel calcestruzzo con additivo, fresco e gettato.

Principali vantaggi di un calcestruzzo con aeranti: resistenza al gelo-disgelo, anche in presenza di agenti antigelo, miglioramento della lavorabilità, aumento di coesione nell'impasto fresco, riduzione della massa volumica.

Il dosaggio dell'additivo aerante dipende dal tipo di struttura programmata, dalle condizioni climatiche, dal numero di cicli gelo-disgelo, dalla durata d'esposizione ad agenti antigelo, ai solfati o ad altri agenti aggressivi.

I calcestruzzi ad alte prestazioni possono esser suddivisi in cinque classi di resistenza, determinata a 28 giorni su provini cilindrici 100x200mm, stagionati nelle condizioni standard in uso per i calcestruzzi di resistenza normale (14). La prima classe comprende quelli con resistenza a compressione fra 50 e 75 MPa, la seconda: fra 75 e 100 MPa, la terza: fra 100 e 125 MPa, la quarta: fra 125 e 150 MPa, la quinta: calcestruzzi con resistenza ancora più alta.

A seconda della classe prescelta, si procede alla selezione del complesso dei componenti, ciò che rappresenta un problema critico, anche se quella del cemento è particolarmente impegnativa. In linea generale, il maggior numero di cementi oggi disponibili è idoneo a preparare calcestruzzi della prima classe; non così per quelli delle classi successive (14).

Al fine di raggiungere la resistenza potenziale di un calcestruzzo ad alte prestazioni sono determinanti tanto la consolidazione, quanto la stagionatura.

La prima si consegue con la vibrazione, quanto più rapida possibile, appena dopo la gettata nelle casseforme. La seconda, curando il prodursi di condizioni di adeguata umidità e appropriata temperatura, per un periodo prolungato. Se la stagionatura in acqua è essenziale per un calcestruzzo di resistenza normale, essa diviene decisiva per quello ad alte prestazioni.

È stato posto in luce che resistenza a compressione, modulo di elasticità e durabilità, migliorano con una stagionatura ininterrotta ed appropriata. Trascuando infatti la stagionatura nei primi periodi dell'idratazione, resistenza a compressione e modulo di elasticità si abbassano a stagionature più avanzate, con perdite irrecuperabili (15).

La stagionatura si propone di idratare al massimo possibile il cemento e ridurre il ritiro.

È noto che quest'ultimo risulta maggiore nel calcestruzzo ad alte prestazioni, rispetto a quello di resistenza normale, per effetto dell'impiego di riduttori d'acqua e basso rapporto acqua/cemento.

A determinare il ritiro concorrono:

- il ritiro plastico, che si sviluppa alla superficie del calcestruzzo fresco od in via di essiccamento;
- il ritiro autogeno (denominato anche autoessiccamento o ritiro chimico) che si sviluppa nel corso dell'idratazione, ben si collega con il rapporto acqua/cemento e con l'umidità relativa, ed è provocato, a basso rapporto ac-

qua/cemento, da autoessiccamento, a sua volta determinato da ritiro chimico (16).

- il ritiro da essiccamento che fa seguito alla perdita di acqua del calcestruzzo indurito, a causa dell'evaporazione dell'acqua interna; costituisce la causa primaria della fessurazione e dell'ampiezza delle fessure, funzione del grado di essiccazione.
- il ritiro termico che fa seguito al decremento di temperatura del calcestruzzo;
- il ritiro da carbonatazione, che sembra non aver luogo con rapporto acqua/cemento minore di 0.3 e 10% di fumo di silice (16), a seguito del consumo di tutto l'idrossido di calcio, ciò che elimina la carbonatazione ed il conseguente ritiro da carbonatazione.

Microfessure dovute a ritiro autogeno costretto, provocate dalle contrazioni di volume connesse all'idratazione del cemento ed alla formazione di pori capillari, possono risolversi in una mappa continua di fessure, un serio problema per resistenza, durabilità, estetica (17).

Il ritiro, però, non è un fenomeno inevitabile; più spesso è la conseguenza di una stagionatura non corretta o di una sua precoce interruzione.

La pratica migliore per stagionare il calcestruzzo ad alte prestazioni è quella di proteggerlo dal ritiro plastico con qualche schermatura e successivamente maturarlo in acqua per almeno sette giorni.

Al presente, il principale metodo di riduzione del ritiro di un calcestruzzo ad alte prestazioni è quello di aggiungere un agente espansivo che compensi il ritiro, migliorando in pari tempo densità e durabilità (18).

I vantaggi che il calcestruzzo ad alte prestazioni presenta, rispetto a quello di resistenza normale (alta resistenza a compressione, alta tenacità, resistenza ad attacchi chimici ed a modificazioni fisiche), derivano dal miglioramento della struttura interna del composito: bassa porosità e struttura discontinua dei pori capillari della pasta di cemento, determinata dal basso rapporto acqua/cemento, dall'impiego di superfluidificanti, dalle aggiunte di materiali a comportamento "pozzolanico" (17). Tale densa microstruttura assicura anche una bassissima permeabilità, ciò che si rivela determinante per una buona durabilità in condizioni severe, prodotte dall'azione di agenti dannosi: cloruri, solfati, ecc.

Vi è però qualche caso in cui la stessa microstruttura compatta può costituire uno svantaggio (19) (20), poiché può determinare un comportamento fragile del calcestruzzo allorchè esposto al fuoco. Esiste infatti una differenza di comportamento ad alta temperatura fra il calcestruzzo ad alte prestazioni e quello di resistenza normale (21). Il primo può infatti andare soggetto a scheggiatura, anche esplosiva, se esposto ad un rapido innalzamento di temperatura, ad esempio, in caso d'incendio. Governano il fenomeno, il cui meccanismo non ancora è del tutto chiarito, una pluralità di fattori: densità del calcestruzzo, velocità d'innal-

zamento della temperatura, costituzione mineralogica degli aggregati, tensioni termiche indotte, contenuto di umidità ed altro.

Gli effetti del raffreddamento, in quelle situazioni nelle quali il fuoco viene estinto con acqua, possono anch'essi rivestire importanza.

Lo stato fisico del calcestruzzo ad alte prestazioni esposto a temperatura, degenera più bruscamente che nel caso del calcestruzzo normale e si deteriora facilmente al di là di 300°C. Al di là di 500°C, la riduzione di resistenza a compressione è rapidissima. In superficie, al di là di 700°C, la decomposizione di portlandite è completa e, al di là di 900°C, anche a cuore della struttura, ciò che si traduce nel suo totale degrado.

Tale degrado può esser in qualche modo ridotto con l'incorporazione di fibre di acciaio.

La causa primaria di scheggiatura non sembra, però, lo shock termico, piuttosto una significativa modificazione del volume cumulativo dei pori e della loro distribuzione (21).

L'introduzione nella miscela del 5% di grafite incrementa le residue proprietà meccaniche, grazie al suo basso coefficiente di espansione termica, con riduzione del numero delle microfessure determinate dalla differenza di espansione termica pasta di cemento-aggregato (22).

Il comportamento fragile, con scheggiatura per tensioni termiche e meccaniche, del calcestruzzo ad alte prestazioni se esposto al fuoco, non deve impedire, però, l'impiego. Conviene circoscriverlo a zone in cui il rischio di esposizione al fuoco è minore (fondazioni) ed è anche possibile: modificare composizione e proporzionamento della miscela, mediante introduzione di fibre; modificare il progetto della struttura, con il proposito di ridurre le tensioni termiche (20); modellizzare il decorso del processo, per prevedere il comportamento del calcestruzzo opportunamente proporzionato, al fine di minimizzare il danno del fuoco (23).

Porosità totale e distribuzione delle dimensioni dei pori, possono infine esser prese ad indicazione del degrado delle proprietà meccaniche subite dalla struttura esposta al fuoco.

Conclusioni

La produzione di calcestruzzi ad alte prestazioni, caratterizzati da una compattezza assai spinta e da caratteristiche di qualità che coinvolgono non solo il comportamento meccanico, ma, assai di più, la durabilità per l'intero ciclo di vita, testimonia lo straordinario progresso realizzato grazie all'affermarsi della scienza degli additivi chimici, delle nuove concezioni nella formulazione degli impasti, della sostituzione parziale di quote di clinker con aggiunte attive, della messa a punto di nuove, sofisticate apparecchiature scientifiche di rilevamento della struttura interna dei conglomerati. Ciò, se da un lato comporta la produ-

zione di calcestruzzi non solo di eccezionali caratteristiche, sempre più economici ed ecologici, dall'altro impone una sempre più affinata preparazione delle miscele, un'approfondita conoscenza delle funzioni specifiche di ciascuno dei suoi componenti, la selezione di quelli più idonei ad assicurare le condizioni di vita programmate.

La produzione accurata di calcestruzzi ad alte prestazioni prevede altresì uno studio compiuto delle compatibilità dei singoli prodotti che compongono la miscela, un loro rigoroso dosaggio, il rispetto del complesso delle condizioni che determinano il buon esito delle formulazioni. L'osservanza di tutto quanto premesso, favorirà il passaggio dei calcestruzzi ad alte prestazioni dalla fascia di "nicchia", a quella di ampio mercato, e di calcestruzzi "a la carte", determinando una significativa svolta nell'impiego futuro del cemento.

Bibliografia

- (1) P.C. Aitcin. Cements of yesterday and today. Concrete of tomorrow. *Cement Concrete Res.*, 30, 1349-1359 (2000).
- (2) S.H. Kosmatka, W.C. Panarese. Design and control of concrete mixtures. *Portland Cem. Association*, XIII Ed. (1988).
- S. Collepari, R. Troli, A. Borsoi, M. Collepari. Applicazioni di calcestruzzi innovativi nell'ingegneria edile, civile, ambientale. *L'Ind. Ital. Cemento*, 10, 784-789 (2002).
- (3) R.P. Khatri, V. Sirivivatnanon. Effect of different supplementary cementitious materials on mechanical properties of high-performance concrete. *Cement Concrete Res.*, 25, 209-220 (1995).
- A. Leshchinsky, M. Lesinskij. Su alcune tematiche della durabilità del calcestruzzo. II. *L'Ind. Ital. Cemento*, 7-8, 616-632 (2002).
- (4) G. Long, X. Wang, Y. Xie. Very-high-performance concrete with ultrafine powders. *Cement Concrete Res.*, 32, 601-605 (2002).
- J. Yin, S.Zhou, Y. Xie, Y. Chen, Q. Yan. Investigation on compounding and application of C80-C100 high performance concrete. *Cement Concrete Res.*, 32, 173-177 (2002).
- (5) A.S. El-Dieb, R.H. Hooton. A high pressure triaxial cell with improved measurement sensitivity for saturated water permeability of high performance concrete. *Cement Concrete Res.*, 24, 854-862 (1994).
- (6) F. de Larrad, T. Sedran. Mixture-proportioning of high-performance concrete. *Cement Concrete Res.*, 32, 1699-1704 (2002).
- (7) M.F.M. Zain, M. Safiuddin, K.M. Yusof. A study on the properties of freshly mixed high performance concrete. *Cement Concrete Res.*, 29, 1427-1432 (1999).
- (8) K.O. Kjellsen, E. Helsing Atlassi. Pore structure of cement silica fume systems. Presence of hollow-shell pores. *Cement Concrete Res.*, 29, 133-142 (1999).

- (9) H. Yan, W. Sun, H. Chen. The effect of silica fume and steel fiber on the dynamic mechanical performance of high-strength concrete. *Cement Concrete Res.*, 29, 423-426 (1999).
- (10) H. Cheng-yi, R.F. Feldman. Influence of silica fume on the microstructural development in cement mortars. *Cement Concrete Res.*, 15, 285-294 (1985).
- (11) R. Duval, E.H.Kadri. Influence of silica fume on the workability and compressive strength of high-performance concretes. *Cement Concrete Res.*, 28, 533-547 (1998).
- (12) H. Donza, O. Cabrera, E.F. Irassar. High-strength concrete with different fine aggregate. *Cement Concrete Res.*, 32, 1755-1761 (2002).
- (13) M. Colleparidi. *Scienza e Tecnologia del calcestruzzo*. 3a Ed. U.Hoepli Milano (1991).
- (14) P.C. Aitcin. *High-performance concrete*. E.FN Spon.London (1998).
- (15) M.F.M. Zain, Md. Safiuddin, H. Mahmud. Development of high performance concrete using silica fume at relatively high water-binder ratios. *Cement Concrete Res.*, 30, 1501-1505 (2000).
- (16) B. Persson. Experimental studies on shrinkage of high-performance concrete. *Cement Concrete Res.*, 28, 1023-1036 (1998).
 - B. Persson. Eight-year exploration of shrinkage in high-performance concrete. *Cement Concrete Res.*, 32, 1229-1237 (2002).
- (17) O. Mejlhede Jensen, P. Freiesleben Hansen. Autogenous deformation and RH-change in perspective. *Cement Concrete Res.*, 31, 1859-1865 (2001).
- (18) H. Shuguang, L. Yue. Research on hydration hardening mechanism and microstructure of high performance expansive concrete. *Cement Concrete Res.*, 29, 1013-1017 (1999).
 - K. J. Folliard, N.S., Berke. Properties of high-performance concrete containing shrinkage-reducing admixture. *Cement Concrete Res.*, 27, 1357-1364 (1997).
- (19) Y. N. Chan, X. Luo, W. Sun. Compressive strength and pore structure of high-performance concrete after exposure to high-temperature up to 800°C. *Cement Concrete Res.*, 30, 247-251 (2000).
- (20) P. Kalifa, F.D. Menneteau, D. Quenard. Spalling and pore structure in HPC at high temperature. *Cement Concrete Res.*, 30, 1915-1927 (2000).
- (21) X. Luo, W. Sun, S. Yin Nin Chan. Effect of heating and cooling regimes on residual strength and microstructure of normal strength and high-performance concrete. *Cement Concrete Res.* 30, 379-383 (2000).
- (22) M.S.Cülfik, T. Ozturan. Effect of elevated temperatures on the residual mechanical properties of high-performance mortar. *Cement Concrete Res.*, 32, 809-816 (2002).
- (23) Guide for determining the fire endurance of concrete elements. ACI 216R-89. Melvin . Abram Chairman.

Cristallizzazione di proteine in ambienti a diverso livello di gravità

Nota di Alessandro Vergara¹, Adriana Zagari^{2,3}, Lelio Mazzarella^{1,3*}

Presentata dal socio Lelio Mazzarella
(Adunanza del 6 giugno 2003)

Abstract - Crystallography is the most accurate physico-chemical method to determine the 3D structure of proteins. The failure of getting well diffracting crystals represents the major impediment to the successful application of this technique. Therefore, in the field of structural biology the investigations devoted to increase the success in the crystallization trials and to improve crystal quality play a central role. Both novel crystallization methods and environments are currently proposed. Herein, we report a comparative analysis of crystallization environments based on the combination of four different sub-environments: solution, gel, normal gravity, reduced gravity. Experimentation has proved that microgravity and gelled environments can improve the degree of perfection with respect to crystals grown on earth or in solution. Moreover, the comparison of crystallogenesis in different environments can provide a deeper insights in the mechanism of protein crystal growth, hence verifying whether the sub-environments effects are system-dependent or not.

Riassunto - La cristallografia di proteine è il metodo chimico-fisico che fornisce la descrizione più dettagliata ed accurata della struttura 3D di proteine. L'ottenimento di cristalli singoli di proteine costituisce uno stadio necessario ed anche il più lento ed incerto dell'intero processo di determinazione strutturale. Al fine di aumentare la probabilità di successo delle prove di cristallizzazione e di migliorare la qualità diffrattiva dei cristalli, nuove tecniche di cristallizzazione e/o anche nuovi ambienti di cristallizzazione sono continuamente proposti. Qui si riporta un'analisi comparativa tra diversi ambienti di cristallizzazione realizzabili combinando i seguenti sotto-ambienti: soluzione, gel, gravità normale e gravità ridotta. L'esperienza dimostra che ambienti microgravitazionali e gelificati possono fornire cristalli con qualità diffrattive migliorate rispetto ai cristalli cresciuti a terra o in soluzione. Inoltre, il confronto della cristallogenesi proteica nei

¹ Dipartimento di Chimica, Università degli Studi di Napoli "Federico II", Via Cinthia, 80126, Napoli;

² Dipartimento di Chimica Biologica, Università degli Studi di Napoli "Federico II", Via Mezzocannone 6, 80134, Napoli;

³ Istituto di Biostrutture e Bioimmagini, CNR, Via Mezzocannone 6, 80134, Napoli.

* Autore a cui va indirizzata la corrispondenza.

diversi ambienti può fornire informazioni sul meccanismo di crescita dei cristalli di proteine, che a sua volta permette di verificare in che misura l'effetto di ciascun sotto-ambiente sia dipendente da proprietà specifiche della proteina in esame.

Χιονέη κρύσταλλος ὑπ' ἀνέρος ἀσκηθεῖσα
δειξεν ἀκηρασίοιο παναίοιον εἰκόνα κόσμου,
οὐρανὸν ἀγκὰς ἔχοντα βαρύκτυπον ἔνδοθι πόντον.

(Claudio, IV-V sec. d. C.; *Antologia Palatina IX*, 753)

Un cristallo radioso come neve, elaborato da un uomo,
svelò l'immagine iridata di un mondo incontaminato:
un cielo che tra le braccia culla un mare dal cuore fragoroso.

Keywords: cristallografia, qualità cristallina, livello di gravità, gel.

I - INTRODUZIONE

I.1 - Struttura 3D di proteine

Lo sviluppo della biologia molecolare è stato fortemente accelerato dalla disponibilità di modelli atomici delle macromolecole biologiche, che hanno permesso di interpretarne le funzioni in termini della loro struttura tridimensionale (3D). Questo approccio ha riscosso un notevole successo, anche se, a volte, una comprensione più approfondita delle relazioni struttura-funzione può richiedere una valutazione degli effetti stereoelettronici mediante metodi quantistici. Quest'ultimi sono tuttavia severamente limitati dalle capacità di calcolo attualmente disponibili, e possono essere applicati solo a regioni non molto estese della molecola. E' altresì chiaro che le proprietà di una proteina sono anche fortemente dipendenti dalle sue caratteristiche dinamiche, intese come mobilità non solo dei singoli atomi ma soprattutto dello spostamento relativo di gruppi o intere regioni (domini) della molecola (movimenti di respiro, occupazione di stati ad energia vicina a quella minima, etc.). La descrizione di questi movimenti molecolari, per una specifica proteina, può essere ottenuta attraverso metodi di dinamica sulla base di un approccio classico o semiclassico. Sia i metodi quantistici che di dinamica molecolare richiedono tuttavia la conoscenza della struttura nativa stabile della proteina, e questa è ancora oggi essenzialmente basata sui dati sperimentali derivanti dalla diffrazione dei raggi X su cristallo singolo o - per proteine di dimensioni inferiori a circa 30÷40 kDa - dagli spettri di risonanza magnetica in soluzione.

In questi ultimi tempi il percorso nello studio delle relazioni tra struttura e funzione nelle proteine si è in parte invertito [1]. Tradizionalmente la conoscenza della struttura 3D rappresentava un punto di arrivo di una attività di ricerca

che era iniziata con la scoperta di una proteina e della sua funzione biologica. La proteina poteva eventualmente essere espressa in laboratorio con la possibilità di progettare mutanti per uno studio sistematico dell'importanza strutturale e/o funzionale dei singoli residui amminoacidici. Erano acquisiti in tal modo tutti gli elementi di conoscenza che permettevano di stendere un ideale filo di collegamento dalla funzione alla struttura. Con l'avvento della genomica sono state messe a disposizione dei ricercatori un numero notevole di sequenze geniche di proteine potenziali, per le quali la funzione va identificata sulla base della loro struttura 3D (proteomica strutturale). Pertanto, allo stato attuale gli sforzi dei ricercatori sono rivolti ad aumentare l'efficienza delle metodologie sperimentali di determinazione strutturale.

Per quanto riguarda i metodi di diffrazione, il notevole sviluppo degli apparati sperimentali (sorgenti e rivelatori di raggi X) [2] e dei sistemi di calcolo ha profondamente accorciato i tempi necessari per l'acquisizione dei dati sperimentali e quelli di calcolo, rendendo la fase di cristallizzazione il passaggio di gran lunga più lento e più incerto dell'intero processo: la crescita di cristalli di buona qualità, adatti all'analisi cristallografica rappresenta il collo di bottiglia in molti progetti di proteomica strutturale. In una recente statistica si rileva che meno del 10 % delle proteine clonate hanno superato tutte le tappe del lungo percorso che porta alla struttura 3D [3], e ciò è dovuto, almeno in parte, alle difficoltà sorte nel processo di cristallizzazione. E' pertanto di esteso interesse uno studio volto alla sperimentazione di nuove tecniche di cristallizzazione ed ad una loro valutazione comparata.

I.2 - Cristalli di proteina

I cristalli di proteina seguono meccanismi di crescita non dissimili da quelli di soluti convenzionali. Tuttavia, a differenza dei cristalli convenzionali, essi sono caratterizzati da un elevato contenuto di solvente, che può rappresentare a seconda dei casi anche più del 60% del volume totale, e, quindi, da una bassa densità di contatti intermolecolari [4]. Profeticamente Claudiano nel suo epigramma sembra quasi parlare di cristalli proteici: "elaborati dall'uomo" *in vitro*, che "svelano l'immagine" della struttura di proteine, pur avendo un disordine intrinseco espresso come "cuore fragoroso".

Come conseguenza della presenza di grandi canali contenenti la soluzione di cristallizzazione, i cristalli di proteina debbono essere rigorosamente conservati nelle loro acque madri per impedire il collasso per essiccamento dell'edificio cristallino e presentano una densità di difetti ed un livello di disordine molto più alto di quello riscontrato in cristalli di piccole molecole. Essi inoltre posseggono un'energia di impacchettamento del reticolo cristallino generalmente bassa e questo sfavorisce il processo di cristallizzazione. Tuttavia, il contenuto elevato di solvente comporta anche caratteristiche positive: infatti, il cristallo proteico è

di fatto un sistema bifasico, caratterizzato da una fitta rete di canali in cui possono diffondere substrati, inibitori, atomi pesanti o altri effettori. Nel cristallo l'interazione diretta della superficie della proteina con il solvente rende il sistema più simile a quello fisiologico. Diventa pertanto possibile studiare in termini strutturali, direttamente sul cristallo, la risposta della proteina a variazioni programmate di qualche parametro chimico-fisico della soluzione interna al cristallo.

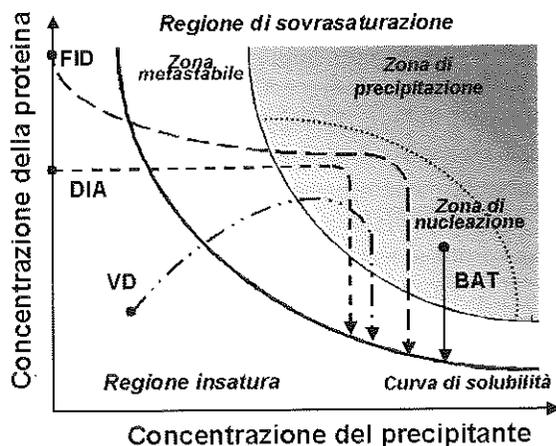


Figura 1. Diagramma di fase bi-dimensionale (adattato da [5], col permesso della IUCr), in cui si mostra come la sovrassaturazione venga raggiunta per indurre la cristallizzazione mediante 4 diverse tecniche: VD (diffusione in fase vapore), DIA (dialisi), FID (diffusione libera all'interfaccia) and BAT (batch).

Dal punto di vista pratico le proprietà dei cristalli proteici rendono il processo di cristallizzazione molto delicato. In generale vengono utilizzate tecniche di cristallizzazione specifiche che guidano il sistema, inizialmente in condizioni insature, verso un'elevata sovrassaturazione necessaria per l'avvio del processo di nucleazione e successivamente verso sovrassaturazioni minori per favorire la crescita di un cristallo con il minor numero di difetti. In Figura 1 è mostrato schematicamente il percorso seguito dal sistema per l'ottenimento del cristallo nel caso delle 4 tecniche più largamente usate: metodo batch (BAT), diffusione libera all'interfaccia (FID), dialisi (DIA) e diffusione in fase vapore (VD) [5].

I.3 - Valutazione della qualità del cristallo

La bontà del modello strutturale è determinata dalla risoluzione del diagramma di diffrazione e dall'accuratezza della misura delle intensità diffratte

che, a parità di strumentazioni adoperate, dipende a sua volta dalla mosaicità del cristallo.

La risoluzione definisce la finezza dei dettagli che saranno visibili nel modello finale. Convenzionalmente essa si associa al d di Bragg (misurato di norma in Å), ovvero alla distanza dei piani reticolari che generano i riflessi presenti sul bordo esterno del diagramma di diffrazione, e cioè con il valore più alto dell'angolo di diffrazione θ . Come è noto, per una lunghezza d'onda λ dei raggi X, d e θ sono legati dalla relazione di Bragg $\lambda = 2 d \sin\theta$. In pratica, per definire la risoluzione, si suddivide il diagramma di diffrazione in gusci sferici con valori crescenti di θ e si individua il guscio a più alto valore di θ , in cui risultano misurabili in maniera significativa le intensità di almeno il 50% dei riflessi predetti in quel volume. Il d di Bragg medio del guscio viene preso come rappresentativo della risoluzione del diagramma di diffrazione in esame [6]. Fino a qualche anno fa, la risoluzione di circa 2 Å era considerata di buon livello per cristalli di proteine. Negli ultimi anni, tuttavia, il miglioramento delle tecniche di cristallizzazione e della strumentazione adoperata negli esperimenti di diffrazione ha determinato un continuo miglioramento della risoluzione, che, in molti casi, raggiunge valori inferiori a 1.5 Å, ed in alcuni si avvicina ai valori tipici per cristalli di piccole molecole (inferiori ad 1 Å).

La mosaicità è direttamente legata al disorientamento dei blocchi cristallini che costituiscono il cristallo e causa un allargamento del picco di Bragg. Essa è pertanto misurabile dalla larghezza a mezza altezza del riflesso, deconvoluta da effetti geometrici e strumentali [7]. Nella procedura di riduzione dei dati di diffrazione, è possibile ottenere una stima della mosaicità del cristallo come una media dei valori ottenuti per tutti i riflessi registrati.

Per un confronto significativo, in termini di risoluzione e mosaicità, della qualità diffrattiva di cristalli ottenuti con metodologie diverse è quindi importante registrare in modo accurato il diagramma di diffrazione. Negli anni più recenti l'accuratezza dei dati sperimentali è notevolmente migliorata con l'uso della radiazione di sincrotrone che possiede intensità di ordini di grandezza più elevata rispetto a sorgenti tradizionali. Attualmente presso tutti i sincrotroni esistenti sono state costruite linee dedicate all'analisi diffrattometrica di cristalli singoli. Attualmente i confronti del potere diffrattivo dei cristalli cresciuti nei diversi ambienti è comunemente effettuato usando quest'ultima potente sorgente di raggi X. Infine l'uso di rivelatori ad area (quali *imaging plate* e CCD) ha permesso una drastica riduzione dei tempi di esposizione ai raggi, e questo, assieme all'uso di tecniche criogeniche ($T \sim 100$ K), ha anche considerevolmente ridotto il deterioramento del cristallo per effetto dei raggi X [8].

Altri parametri utili alla valutazione della qualità cristallina sono stati riportati in letteratura [9]. Tecniche alternative a quelle basate sulla diffrazione di raggi X sono disponibili per l'analisi dei difetti cristallini. Microscopia ottica ed elettronica [10] ed a forza atomica [11] hanno fornito informazioni sui meccani-

smi di crescita e di formazione dei difetti. Inoltre varie analisi di natura biochimica hanno consentito di valutare il contenuto di impurezze incorporate nel cristallo [12].

II - RISULTATI DELLA SPERIMENTAZIONE IN AMBIENTI A DIVERSI LIVELLI DI GRAVITÀ

II.1 - Cristallizzazione in μg

Una buona comprensione del processo di cristallizzazione è importante per progettare esperimenti volti all'ottenimento di cristalli con migliorate qualità diffrattive. Il processo di cristallizzazione può essere decomposto in un processo di trasporto ed un processo di incorporazione all'interfaccia cristallo-soluzione. Il trasporto è fortemente influenzato dalla presenza dei fenomeni di convezione e sedimentazione. La convezione è generalmente quantificata dal numero di Grashnov [13], in cui l è la dimensione lineare del contenitore, c la

$$Gr_N = l^3 \left(\frac{\partial d_m}{\partial c} \right) \Delta c g \eta^{-2} \quad (1)$$

concentrazione, g il modulo del vettore gravità, η la viscosità e d_m la densità della soluzione. La sedimentazione del cristallo nella soluzione è dovuta alla differenza di densità tra soluzione e cristallo (mediamente 1.23 g/ml) ed è modulata dall'ampiezza del vettore g .

Sia la sedimentazione che la convezione sono considerate responsabili di inclusione di difetti in cristalli, tanto proteici quanto convenzionali [14]. Infatti si ritiene che quanto più è stabile nel tempo l'intorno locale del cristallo tanto meno probabile è l'inclusione di difetti. L'assenza di moti convettivi e di moti dovuti alla sedimentazione garantiscono queste condizioni ottimali.

Per diminuire l'incidenza di questi due effetti si può ridurre il modulo del vettore gravità, g , (come in microgravità, μg) o le dimensioni del contenitore, l , (come nei micro-pori di un gel).

Queste considerazioni hanno spinto fin dal 1982 a tentare l'uso di ambienti a gravità ridotta per la cristallizzazione di proteine [15]. Da allora circa 50 missioni spaziali [16] hanno ospitato esperimenti di cristallizzazione proteica con l'uso di strumenti costruiti *ad hoc*. Gli autori dal 1996 al 2001 sono stati coinvolti in 4 missioni spaziali usando l'Advanced Protein Crystallization Facility (APCF) in modalità VD, FID e DIA (Fig. 2): tre missioni a bordo di uno Space-Shuttle ed una a bordo della Stazione Spaziale Internazionale (ISS). Inoltre sono in corso altre due missioni spaziali che usano la Granada Crystallization Facility (GCF), funzionante esclusivamente con tecnica FID.

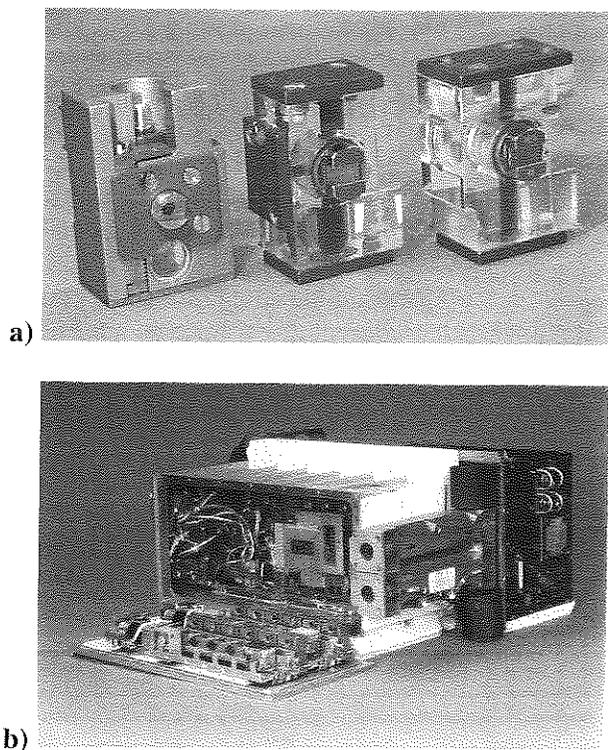


Figura 2. a) Reattori APCR per le tre tecniche di cristallizzazione usate (VD, FID, DIA); b) alloggiamento interno dei reattori APCR (ceduta per cortesia dell'Astrium GmbH).

La cristallizzazione è effettuata in appositi reattori che vengono alloggiati nella APCR. Questi reattori sono riempiti a terra, ma il contatto tra precipitante e proteina avviene solo in volo, per intervento dell'astronauta. Questa operazione "attiva" il reattore APCR. La disattivazione del reattore avviene prima dell'atterraggio. Per una rigorosa analisi comparativa, in parallelo alle prove in μg vengono effettuati esperimenti in laboratorio a terra nelle stesse condizioni di cristallizzazione.

I sistemi proteici investigati dagli autori sono stati l'alcol deidrogenasi (ADH) [17,18] da *Sulfolobus solfataricus* (Ss) e il polipeptide modello del collagene (PPG)₁₀ [19-24].

ADH è un enzima omotetramerico, NAD(H) dipendente, con due atomi di zinco per subunità, di cui uno coinvolto nell'attività catalitica ed il secondo avente un ruolo di stabilizzazione strutturale. L'oloenzima cristallizza nel gruppo spaziale monoclinico P2₁, con una molecola nell'unità indipendente. Il diagramma di diffrazione rivela la presenza di geminazione non meroedrica che complica il processo di determinazione strutturale. Per questo motivo sono stati effet-

tuati numerosi esperimenti volti ad eliminare il fenomeno della geminazione. In particolare quest'enzima è stata oggetto di esperimenti in due missioni spaziali e di studi a terra in gel. Mentre gli esperimenti in μg hanno prodotto soltanto un miglioramento nella morfologia dei cristalli [17], quelli in gel hanno ridotto, sia pure in parte, la geminazione [25].

(PPG)₁₀ è un peptide sintetico, non globulare, caratterizzato dal motivo strutturale della tripla elica, tipo poliprolina II, caratteristica del collagene, di cui rappresenta un ottimo modello. Il peptide è stato oggetto di studio di due missioni successive, una su Space-Shuttle ed una sull'ISS. I cristalli cresciuti su Shuttle (Fig. 3) sono risultati migliori di quelli cresciuti a terra (Tabella 1).



Figura 3. Cristalli di proteina cresciuti mediante tecnica di dialisi con l'APCF sulla stazione spaziale internazionale (ISS) durante la missione spaziale ISS-3 da agosto a dicembre 2001.

Tabella 1 - Aumento di risoluzione del pattern di diffrazione per alcuni cristalli di proteine, nel passare da gravità normale alla microgravità. Nell'ultima colonna è riportato il codice del Protein Data Bank (PDB).

Sistemi proteici	Risoluzione (g- μg)	Codice PDB
(Pro-Pro-Gly) ₁₀	2.0-1.3	1k6f
Lisozima, forma tetragonale	1.33-0.94	1iee
Lisozima, forma triclina	1.8-1.45	1hf4
Taumatina	1.7-1.2	1kwn
Collagenasi	1.8-1.7	2hlc
Proteinasi K	1.3-0.98	1IC6
Aspartyl-tRNA sintetasi	2.5-1.8	1low
Canavalina, forma esagonale	2-6-2.0	2cav
Canavalina, forma romboedrica	2.6-1.7	1dgv
Fotosistema I	-4.0	1c51

Il diagramma di diffrazione per i cristalli cresciuti in microgravità si estende fino a 1.3 Å di risoluzione (Fig. 4) [20]. A causa dell'aumento di risoluzione rispetto a cristalli precedentemente ottenuti, il modello finale del peptide, ottenuto con i nuovi dati, è molto più accurato [21] ed ha consentito di avanzare una nuova ipotesi sulla stabilizzazione indotta dall'idrossilazione della prolina sulla stabilità della tripla elica del collagene [26].

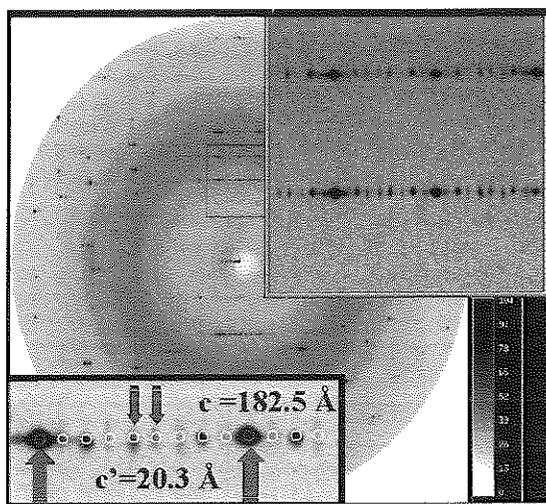


Figura 4. Immagine di diffrazione da un cristallo di $(PPG)_{10}$ cresciuto in μg , fino al suo limite di diffrazione (1.3 Å). Riproduzione da [19], col permesso della IUCr.

I risultati delle prove di cristallizzazione su $(PPG)_{10}$ sono in accordo con statistiche recenti, che nel loro insieme confermano il benefico effetto della μg sulla qualità cristallina [27], anche se la disputa sull'opportunità di queste missioni resta ancora viva [28]. Alcuni esempi di sistemi proteici per i quali è stato osservato un miglioramento negli esperimenti di cristallizzazione in μg sono riportati in Tabella 1. Al momento tuttavia i dati sono ancora scarsi e poco è stato indagato su eventuali correlazioni tra effetto della μg e qualche proprietà specifica del sistema (come, ad esempio, il contenuto di solvente o le dimensioni molecolari delle proteine cristallizzate), anche per le difficoltà di un confronto significativo di risultati ottenuti con tecniche diverse.

Un'analisi dettagliata dei risultati è stata riportata per gli esperimenti in APCF [27]. Nei casi esaminati gli autori trovano un effetto positivo intrinseco della μg , ma non escludono la possibilità che ci possa essere un qualche effetto dipendente dal sistema proteico utilizzato. Infatti pur non essendoci alcuna correlazione tra probabilità di successo della μg ed il punto isoelettrico o il conte-

nuto di solvente, si riscontra un'evidente anticorrelazione con le dimensioni molecolari.

II.2 - Uso del gel

Come anticipato dal commento all'equazione 1, il gel è un sistema simile alla μg per diversi aspetti: la convezione è ridotta a causa della dimensione dei pori [29], e la sedimentazione è eliminata a causa della struttura rigida reticolare dell'impalcatura porosa [13].

La μg è stata definita un "gel pulito" [30], nel senso che mostra le proprietà idrodinamiche del gel senza richiedere strutture reticolate che possono interagire con la proteina. L'uso del gel per la cristallizzazione di soluti convenzionali è vecchio ormai di un secolo [31], ma la sua applicazione alla cristallizzazione di proteine è alquanto recente (1988) [32], e si limita al solo gel di agarosio ed al gel di silice (per la loro biocompatibilità).

Qualsiasi tecnica di cristallizzazione può essere usata in modo che il gel sostituisca la soluzione. Ma esistono diversi modi per inserire il gel nel reattore: 1) soltanto nella camera della proteina, 2) soltanto nel mezzo di contatto tra camera della proteina e quella del precipitante, 3) sia nella camera della proteina che in quella del precipitante. Le tre diverse configurazioni verranno richiamate come configurazione in "gel", in "gel-agopuntura" e in "gel fulfilled" (GFF) rispettivamente (Fig. 5).

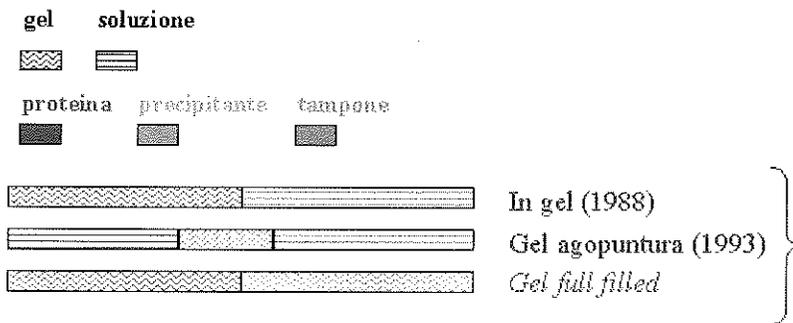


Figura 5. Schema delle tre configurazioni più frequenti per la cristallizzazione di proteine in gel.

1) L'uso di tecniche in "gel" per la cristallizzazione di proteine risale al 1988 [32], ad opera di Robert e coll. In questa tecnica il gel è usato come mezzo in cui far accrescere il cristallo di proteina, mentre il precipitante viene fatto diffondere da una soluzione non gelificata (Figura 3). Numerosi studi chimico-fisici sono stati effettuati allo scopo di indagare la differenza tra mezzo gelificato e non gelificato. Nel caso di lisozima, l'agarosio funziona da promotore della nu-

cleazione [33, 34], mentre la silice agisce quale inibitore [35]. L'effetto dell'agarosio sulla cristallizzazione proteica è tuttavia ancora una questione aperta. Ci sono diverse ipotesi, successivamente proposte dallo stesso autore: i) il gel funziona come specie escludente e sottrattrice d'acqua (3%), con conseguente aumento della sovrassaturazione [36]; ii) il gel elimina gli effetti di sedimentazione di aggregati in fase prenucleativa [34]; iii) il gel non cambia la sovrassaturazione, ma consente una corretta aggregazione nucleativa [37].

2) L'uso della tecnica "gel-agopuntura" risale al 1993 [38], ed è stata sviluppata da García-Ruiz. Questi usa un capillare, in cui la convezione può apparire solo se il suo diametro è superiore a circa 1 micrometro. García-Ruiz usa il gel come mezzo di trasporto del precipitante verso la camera della proteina, posta in un capillare immerso nel gel fino a una profondità h (Figura 3). La profondità h determina il tempo d'attesa, cioè il tempo necessario alla soluzione di precipitante per arrivare a contatto con quella della proteina. Pertanto in questa tecnica il gel funge da mezzo intermedio tra la riserva di precipitante e la proteina contenuta nel capillare. Questa tecnica di diffusione incrociata risulta particolarmente utile, perché, se si usano capillari sufficientemente lunghi, essa permette di indagare diverse condizioni di sovrassaturazione nel corso di uno stesso esperimento. Infatti altezze diverse del capillare corrispondono a condizioni di sovrassaturazione diverse.

3) La tecnica GFF consiste nell'usare la soluzione gelificata sia nella camera della proteina che del precipitante. La GFF ha molti vantaggi comuni alle due tecniche precedenti: è basata sulla diffusione incrociata (variazione graduale e monitorabile alle diverse altezze e a tempi diversi), permette la crescita del cristallo in condizioni libere da convezione e sedimentazione, è adattabile a microreattori passivi (non dotati cioè di controllo del tempo di attivazione), e consente l'inserimento di un volume morto (gel con solo tampone), che è utile per ritardare l'inizio del processo di cristallizzazione in reattori passivi durante le missioni spaziali. I vantaggi aggiuntivi rispetto alle due tecniche precedenti sono: a) l'assenza di un gradiente di agarosio, che consente una variazione limitata del rigonfiamento del gel durante il processo di cristallizzazione associato ad un elevato flusso di solvente verso il gel (processo di insaturazione); un fenomeno inevitabile nel caso in cui il gel fosse a contatto con la soluzione; b) una buona simulazione della μg , in quanto tutto il reattore è costruito in modo da funzionare in assenza di convezione e sedimentazione. L'assenza di discontinuità nelle proprietà di trasporto del reattore consente un confronto più significativo del gel con gli ambienti in soluzione a terra ed in μg . Sperimentalmente questa tecnica richiede un montaggio "rapido" del reattore poiché i tempi di gelificazione possono essere relativamente brevi. Il prelievo del cristallo non comporta difficoltà a basse concentrazioni di gel ($<0.2\%$ w/v). I problemi principali sono legati alla scelta della soluzione stabilizzante, in cui trasferire i cristalli per gli esperimenti di diffrazione; ma ciò può essere evitato lasciando il cristallo nel gel di aga-

rosio, che rappresenta l'effettiva acqua madre del cristallo. A volte è stata notata la segregazione delle fibre di gel nel cristallo, sia per il gel di silice [39] che per quello di agarosio [40], ma ciò non sembra alterare la qualità del cristallo.

III - PARAGONE DEI DIVERSI AMBIENTI DI CRISTALLIZZAZIONE

Il confronto di diversi ambienti consente di comprendere meglio il ruolo che ciascun sotto-ambiente ha nella cristallogenesi ed il loro effetto sulla qualità dei cristalli. Combinando i 4 sotto-ambienti (soluzione, gel, μg e terra) si possono avere 4 diversi ambienti: soluzione a terra [sol(g)], soluzione in μg [sol(μg)], gel a terra [gel(g)], e gel in μg [gel(μg)].

La configurazione con gel che meglio si adatta al confronto tra diversi ambienti è il GFF in quanto si confrontano sistemi "puri", nel senso che in tutto il reattore le proprietà di trasporto cambiano senza alcuna discontinuità (come invece accade per la configurazione in gel e gel-agopuntura) così come in soluzione.

In questo paragrafo si riassumeranno in modo schematico le missioni spaziali dedicate al confronto con differenti ambienti di cristallizzazione [22-24, 37, 41-44]. Uno schema di queste missioni è riportato in Tabella 2.

Tabella 2 - Riepilogo delle analisi comparative delle cristallizzazioni in cui è stato usato il gel.

Proteina	Tecnica di cristallizzazione	Riempimento del reattore per le sole prove effettuate in presenza di gel	Ambienti di cristallizzazione confrontati (camera della proteina)
Siero albumina umana [43]	VD	Proteina in gel, Precipitante in soluzione	- Gel a terra, - soluzione a terra - soluzione in μg
Siero albumina umana [44]	FID	Proteina in gel, Precipitante in soluzione	- gel a terra - soluzione a terra
Lisozima [41]	DIA μbatch , Tubo in gel	Proteina in gel in un tubo di dimensioni (6cm x 4mm x 4mm)	- soluzione a terra, - soluzione in μg - gel a terra - μbatch in olio a terra.
Taumatina [37]	DIA	Proteina in gel, Precipitante in soluzione	- soluzione a terra - gel a terra - gel in μg
Ferritina e lisozima [42]	DIA	In μg il gel è al centro del reattore; A terra il gel è al centro del reattore e nella camera della proteina	- soluzione in μg - cristallo attaccato alle pareti in μg
(PPG) ₁₀ [22-24]	DIA	Proteina in gel Precipitante in gel	- Gel a terra - soluzione a terra - gel in μg - soluzione in μg

Queste diverse missioni sono state programmate ed effettuate con diverse motivazioni scientifiche. Pertanto anche le analisi adottate sono poco uniformi. La mancanza di un comune protocollo di analisi della qualità di cristalli cresciuti in μg è senza dubbio un aspetto negativo che rende difficile il confronto dei dati. Di recente alcuni degli autori hanno raccomandato un protocollo comune di analisi cristallogenica e cristallografica [27].

L'effettuazione delle prove di cristallizzazione accoppiando il gel con l'ambiente microgravitazionale potrebbe apparire ridondante. Va tuttavia rilevato che la presenza del gel assicura una maggiore resistenza meccanica in fase di lancio, orbita ed atterraggio durante le missioni spaziali. Ulteriori differenze tra le prove in gel a terra e in μg possono inoltre essere determinate dalle dimensioni dei pori nel gel (circa 1 micrometro), che sono di ordini di grandezza maggiori di quelle della proteina (raggio dell'ordine dei nanometri). Pertanto nella fase prenucleativa e nucleativa le dimensioni della proteina e degli aggregati proteici sono tali da rendere la loro diffusione una diffusione libera, e quindi la proteina si comporta come se fosse in un sistema privo di gel.

Il confronto sul potere diffrattivo dei cristalli ottenuti nei diversi ambienti investigati sono qui di seguito riportati.

Negli esperimenti di Helliwell e Carter, la qualità dei cristalli ottenuti decresce grossolanamente da destra verso sinistra secondo lo schema seguente (mancano i dati su prove in gel in microgravità)

soluzione in μg > gel a terra > soluzione a terra

Per Giegè e coll. invece la qualità dei cristalli si allinea secondo l'ordine:

gel in μg > gel a terra > soluzione a terra

Giegè e coll. [37] hanno imputato il miglioramento in μg all'eliminazione di difetti guidati da una cattiva orientazione degli aggregati in fase nucleativa.

Nessuno ha effettuato il confronto completo dei quattro possibili ambienti prima degli esperimenti degli autori [22-24]. Nel caso del $(\text{PPG})_{10}$ si è osservata questa scala di qualità cristallina:

soluzione in μg = soluzione a terra > gel in μg = gel a terra.

Questa graduatoria di qualità è in disaccordo con quella riportata in letteratura. Per far fede all'effettivo valore dell'ambiente microgravitazionale, bisognerebbe estendere l'analisi ad un numero più alto di sistemi proteici e considerare possibilmente risultati ottenuti con uno stesso dispositivo. Un'analisi statistica [27] su 456 esperimenti condotti con l'APCF e 50 proteine (Tabella 3), mostra che nel 52 % dei casi si è avuto un miglioramento della qualità diffrattiva, che, nel 26 % dei casi, ha portato a strutture meglio definite. Anche se per il 39 % non si è avuto un deciso miglioramento e per il 9 % addirittura un peggioramento, il beneficio complessivo dell'ambiente μg è palese (Tabella 3).

Tabella 3 - I risultati principali della sperimentazione dell'APCF in ambiente μg vs ambiente terrestre. La percentuale si riferisce alle proteine i cui cristalli posseggono quella specifica proprietà.

	Aspetti tipici della μg
Cristallogenesi	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Auto-purificazione diffusionale della macromolecola che si incorpora nel cristallo ▪ Alta probabilità di nucleazione nel bulk ▪ Stabile zona di deplezione della concentrazione intorno al cristallo ▪ Equidistanza tra ciascun cristallo col primo vicino
Cristalli cresciuti in μg - vs terra	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Migliore morfologia (67 %) ▪ Dimensioni maggiori (65 %) ▪ Migliore risoluzione (52 %) con conseguente strutture più accurate (26 %) <ul style="list-style-type: none"> ▪ Mosaicità inferiore (57 %), e mai più alta ▪ Difetti di impacchettamento, quali la geminazione, sono ridotti (50 %)

Per quanto riguarda le proprietà cristallogeniche, i risultati sono riassunti in Tabella 3. Da essa emerge una probabilità di nucleazione omogenea più alta in μg rispetto alle prove a terra, ed in gel rispetto a quelle in soluzione, come mostrato dagli studi su taumatina [45] e $(\text{PPG})_{10}$ [22]. L'intorno dei cristalli nei diversi ambienti è stato studiato mediante interferometria Mach-Zehnder, e sono disponibili dati sperimentali [42] e numerici [46] sull'evoluzione spazio-temporale delle concentrazioni all'interno della camera sia a terra che in μg . Questi studi dimostrano che il profilo di concentrazione di proteina intorno al cristallo è più distorto in μg che in gel [42]. Garcia-Ruiz, usando l'equazione 1, ha stimato per il gel un valore del numero di Grashnov Gr_N circa 10^6 volte minore di quello di una soluzione in μg . Va tenuto conto tuttavia che il gel è un mezzo eterogeneo e, per l'insorgenza di moti convettivi, non conta la viscosità media del mezzo (fibre più pori), ma quella locale, interna ai pori. Gr_N deve essere valutato riferendosi alla viscosità del *bulk* interno ai pori. Se valutato correttamente Gr_N in gel è paragonabile a quello in μg . Inoltre il gel provoca anche un abbattimento della diffusività rispetto a quella in soluzione, dovuto alla natura ristretta della diffusione [47].

Un interessante parametro comparativo tra esperimenti in gel ed in soluzione e tra esperimenti in μg ed a terra è la velocità di crescita. Infatti, nell'ipotesi che il meccanismo di crescita non vari con la variazione delle proprietà di trasporto, e che la solubilità della proteina, passando da soluzione a gel, resti invariata, dal confronto delle velocità di crescita in soluzione ed in gel è possibile discriminare tra meccanismi controllati dalla cinetica interfacciale e quelli controllati dal trasporto: se la velocità di crescita resta invariata nei diversi ambienti, il meccanismo è controllato dalla cinetica all'interfaccia. Questo è stato ap-

punto il caso del $(PPG)_{10}$ [22] e dell'aspartil t-RNA sintetasi [48]. Questa informazione è difficile da ottenere per altre vie e può essere valutata solo se sono noti il coefficiente di diffusione della proteina e la costante di crescita dei cristalli. Un metodo alternativo, dovuto a Garcia-Ruiz [49], consiste nel riportare in grafico la dimensione lineare del cristallo cresciuto in μg in funzione della radice quadrata del tempo; il grafico così ottenuto deve essere lineare affinché il meccanismo sia controllato dal trasporto. Tuttavia, a causa di interferenze del processo nucleativo con la zona di deplezione di cristalli vicini, questo metodo risulta poco accurato.

L'analisi comparativa dei moti nei diversi ambienti è stata riportata per il lisozima [50], la taumatina [45] ed il $(PPG)_{10}$ [22-24]. Infatti, malgrado la presunta quiescenza della μg , a causa di accelerazioni residue di varia origine si sono osservati moti dei cristalli spesso associati a fenomeni di attraccaggio e detraccaggio di uno shuttle dalla ISS o accensione di motori o altri apparecchi vicini al reattore monitorato. Malgrado la presenza dei moti possa essere ben interpretata quantitativamente, noti i profili di accelerazione registrati da appositi sensori, non è stato ancora possibile trovare alcuna correlazione tra la presenza di questi moti e la qualità cristallina [24].

Infine sono state riportate alcune analisi sulla presenza di impurezze nei cristalli cresciuti in diversi ambienti. Ciò che ricorre spesso è una minore inclusione di impurezze nei cristalli cresciuti in μg . Questa evidenza, supportata da alcune teorie e simulazioni numeriche [14], suggerisce che l'effetto della μg sia quella di ridurre l'inclusione di impurezze nei cristalli per effetto di una filtrazione diffusionale.

IV - PROSPETTIVE

Esperimenti di lunga durata in ambiente a gravità ridotta sono adesso possibili sull'ISS [51]. Inoltre, lo sviluppo di nuove apparecchiature come la Protein Crystallization Diagnostic Facility [52], posta permanentemente sull'ISS, permette di approfondire lo studio cristallogenico in μg anche mediante tecniche di light scattering dinamico. Il progetto di una stazione di raccolta dati di raggi X [53] e lo sviluppo di sistemi per montaggio e centratura automatica di cristalli prospetta una più estesa e fruttuosa utilizzazione di piattaforme in μg per la crescita di cristalli proteici.

In parallelo, nei laboratori a terra, investigazioni sul processo di cristallizzazione consentono di proporre continuamente nuove tecniche e nuovi reattori di cristallizzazione. Pertanto, in prospettiva, un crescente numero di fruttuosi progetti di biologia strutturale aprirà nuovi orizzonti alle applicazioni biotecnologiche e farmacologiche della proteomica strutturale.

V - BIBLIOGRAFIA⁴

- [1] Tyers, M. and Mann, M. (2001) *From genomics to proteomics*. Nature, **422**, 193-197.
- [2] Hendrikson, W.A. (2000) *Synchrotron crystallography*. TIBS, **25**, 637-643.
- [3] Chayen, N. (2002) *Tackling the bottleneck of protein crystallization in the post-genomic era*. Trends in Biotech. **20**, 98.
- [4] McPherson, A. (1996) *Macromolecular crystal growth in microgravity*. Crystallogr. Rev., **2**, 157-308.
- [5] Chayen, N. (1998) *Comparative Studies of Protein Crystallization by Vapour-Diffusion and Microbatch Techniques*. Acta Cryst. D **54**, 8-15.
- [6] Dauter, Z., Lamzin, V. & Wilson, K. S. (1995) *Proteins at atomic resolution*. Curr. Opin. Struc. Biol. **5**, 784-790.
- [7] Fourme, R., Ducruix, A., Riès-Kautt, M. & Capelle, B. (1995) *The perfection of protein crystals probed by direct recording of Bragg reflection profiles with a quasi-planar X-ray wave*. J. Synchr. Rad. **2**, 136-142.
- [8] Stura, E.A. and Gleichmann, T. (1999) Soaking techniques. In *Crystallization of nucleic acids and proteins: a practical approach* edited by Ducruix, A. & Giegé, R., pp. 377-388, IRL Press, Oxford.
- [9] Kleywegt, G. J. & Jones, T. A. (2002) *Homo Crystallographicus—Quo Vadis?* Structure **10**, 465-472.
- [10] Braun, N., Tack, J., Fischer, M., Bacher, A., Bachmann, L. and Weinkauf, S. (2000) *Electron microscopic observations on protein crystallization: adsorption layers, aggregates and crystal defects*. J. Cryst. Growth **212**, 270-282.
- [11] McPherson, A., Malkin, A. J., Kuznetsov, Y. G. & Plomp, M. (2001) *Atomic force microscopy applications in macromolecular crystallography*. Acta Cryst. D **57**, 1053-1060.
- [12] Chernov, A.A., Garcia-Ruiz, J.M. and Thomas, B.R. (2001) *Visualization of the impurity depletion zone surrounding apoferritin crystals growing in gel with holoferritin dimer impurity*. J. Cryst. Growth, **232**, 184-187.
- [13] Garcia-Ruiz, J.M., Novella, M.L., Moreno, R. and Gavira, J.A. (2001) *Agarose as crystallization media for proteins. I; Transport processes*. J. Cryst. Growth, **232**, 165-172.
- [14] Lee, C.P. and Chernov, A.A. (2002) *Solutal convection around growing crystals and diffusional purification in space*. J. Cryst. Growth, **240**, 531-544.
- [15] Littke, W. and John, C. (1984) *Protein single crystals growth under microgravity*. Science, **225**, 203-204.
- [16] Kundrot, C. E., Judge, R. L., Pusey, M. L. & Snell, E. H. (2001) *Microgravity and macromolecular crystallography*. Cryst. Growth & Des., **1**, 87-99.

⁴ Acknowledgements: Si ringrazia l'Agenzia Spaziale Italiana (ASI) per il supporto finanziario, la European Space Agency (ESA) e la NASA per l'opportunità di volo.

- [17] Esposito, L., Sica, F., Sorrentino, G., Berisio, R., Carotenuto, L., Giordano, A., Raia, C. A., Rossi, M., Lamzin, V. S., Wilson, K. S. & Zagari, A. (1998) *Protein crystal growth in the Advanced Protein Crystallization Facility on the LMS Mission: a comparison of the Solfobolus solfataricus Alcohol Dehydrogenase crystals grown on the ground and in microgravity*. Acta Cryst. D **54**, 386-390.
- [18] Carotenuto, L., Sica, F., Sorrentino, G. & Zagari, A. (1997) *Visualization of protein crystal growth inside hanging-drop reactors of the Advanced Protein Crystallization Facility*. J. Appl. Cryst. **30**, 393-395.
- [19] Berisio, R., Vitagliano, L., Sorrentino, G., Carotenuto, L., Piccolo, C., Mazzarella, L. & Zagari, A. (2000) *Effects of microgravity on the crystal quality of a collagen-like polypeptide*. Acta Cryst. D **56**, 55-61.
- [20] Carotenuto, L., Berisio, R., Piccolo, C., Vitagliano, L. & Zagari, A. (2001) *Video observation of protein crystal growth in the advanced protein crystallization facility aboard the space shuttle mission STS-95*. J. Cryst. Growth **232**, 481-488.
- [21] Berisio, R., Vitagliano, L., Mazzarella, L. & Zagari, A. (2002) *Crystal structure of the collagen triple helix model [(Pro-Pro-Gly)₁₀]₃*. Protein Science **11**, 262-270.
- [22] Vergara, A., Corvino, E., Sorrentino, G., Carotenuto, L., Piccolo, C., Tortora, A., Mazzarella, L. & Zagari, A. (2002) *Crystallization of (Pro-Pro-Gly)₁₀ onboard the ISS. 1. Video observation*. Acta Cryst. D, **58**, 1690-1694.
- [23] Berisio, R., Vitagliano, L., Vergara, A., Sorrentino, G., Mazzarella, L. & Zagari, A. (2002) *Crystallization of (Pro-Pro-Gly)₁₀ onboard the ISS. 2. Comparison of the crystal quality by X-ray diffraction*. Acta Cryst. D, **58**, 1695-1699.
- [24] Castagnolo, D., Piccolo, C., Carotenuto, L., Vergara, A., Zagari, A. (2003) *Crystallization of (Pro-Pro-Gly)₁₀ onboard the ISS. 3. Residual acceleration induced motion*. Acta Cryst. D, **59**, 773-776.
- [25] Sica, F., Demasi, D., Mazzarella, L., Zagari, A., Capasso, S., Pearl, L.H, D'Auria, S., Raia, C.A. and Rossi, M. (1998) *Elimination of twinning in crystals of Solfobolus solfataricus Alcohol dehydrogenase holo-enzyme by grown in agarose gel*. Acta Cryst. D, **50**, 508-511.
- [26] Vitagliano, L., Berisio, R., Mazzarella, L. & Zagari, A. (2001) *Structural bases of collagen stabilization induced by proline hydroxylation*. Biopolymers **58**, 459-464.
- [27] Vergara, A., Lorber, B., Zagari, A., and Giegé, R. (2003) *Physical aspects of protein crystal growth investigated with the Advanced Protein Crystallization Facility in reduced gravity environments*. Acta Cryst. D, **59**, 2-15.
- [28] Chayen, N. and Helliwell, J.R. (1999) *Space-grown crystals may prove to worth*. Nature, **398**, 20.
- [29] Pernodet, N., Maaloum, M. and Tinland, (1997) *Pore size of agarose gels by atomic force microscopy*. Electrophoresis, **18**, 55-58.
- [30] Robert, M.-C., Vidal, O., Garcia-Ruiz, J. M. & Otalora, F. (1999). *Crystallization in gels and related methods*. In *Crystallization of nucleic acids and proteins: a practical approach* edited by Ducruix, A. & Giegé, R., pp. 149-176, IRL Press, Oxford.

- [31] Henisch, H. K. (1988) *Crystals in gels and Liesegang ring*, p. 197, Cambridge University Press, Cambridge.
- [32] Robert, M. C. and Lefaucheur, F. (1988) *Crystal growth in gels: principle and applications*, J. Cryst. Growth **90**, 358-367.
- [33] Provost, K. and Robert, M.C. (1995) *Crystal growth of lysozyme in media contaminated by parent molecules: influence of gelled media*. J. Cryst. Growth, **156**, 112-120.
- [34] Vidal, O., Robert and M.C., Boué, F. (1998) *Gel growth of lysozyme crystals studied by small angle neutron scattering: case of agarose gel, a nucleation promotor*. J. Cryst. Growth, **192**, 257-270.
- [35] Vidal, O., Robert, M.C., Boué, F. (1998) *Gel growth of lysozyme crystals studied by small angle neutron scattering: case of silica gel, a nucleation inhibitor*. J. Cryst. Growth, **192**, 271-281.
- [36] Vidal, O., Bernard, Y., Robert, M.C. and Lefaucheur, F. (1996) *Time evolution of refractive index of gelled and gel-free supersaturated lysozyme solutions*. J. Cryst. Growth, **168**, 40-43.
- [37] Lorber, B., Sauter, C., Robert, M.-C., Capelle, B. & Giegé, R. (1999) *Crystallization within agarose gel in microgravity improves the quality of thaumatin crystals*. Acta Cryst. D **55**, 1491-1494.
- [38] Garcia-Ruiz, J.M., Moreno, A., Viedma, C., Coll, M., (1993) *Crystal quality of lysozyme single crystals grown by the gel acupuncture method*. Mat. Res. Bull., **28**, 541-546.
- [39] García-Ruiz, J. M., Gavira, J. A., Otálora, F. Guasch, A & Coll, M. (1998) *Trapping of silica gel into protein crystals*. Mater. Res. Bull. **33**, 1593-1598.
- [40] Gavira, J.A. and Garcia-Ruiz, J.M. (2002) *Agarose as crystallisation media for proteins II: Trapping of gel fibres into the crystals*. Acta Cryst. D, **59**, 1653-1656.
- [41] Dong, J., Boggon, T. J., Chayen, N. E., Raftery, J., Bi, R. C. & Helliwell, J. R. (1999) *Bound-solvent structures for microgravity-, ground control-, gel- and microbatch-grown hen egg-white lysozyme crystals at 1.8 Å*. Acta Cryst. D **55**, 745-752.
- [42] Otálora, F., Capelle, B., Ducruix, A. & Garcia-Ruiz, J. M. (1999) *Mosaic spread characterization of microgravity-grown tetragonal lysozyme single crystals*. Acta Cryst. D **55**, 644-649.
- [43] DeLucas, L. J. (2001) *Protein crystallization - is it rocket science?* DDT, **6**, 734-744.
- [44] Miller, T. Y., He, X. M. & Carter, D. C. (1992) *A comparison between protein crystals grown with vapor diffusion methods in microgravity and protein crystals using a gel liquid-liquid diffusion ground based method*. J. Cryst. Growth **122**, 306-309.
- [45] Lorber, B., Ng, J. D., Lautenschlager, P. & Giegé, R. (2000) *Growth kinetics and motion of thaumatin crystals during USML-2 and LMS microgravity missions and comparison with earth controls*. J. Cryst. Growth **208**, 665-677.

- [46] Castagnolo, D., Vergara, A., L., Paduano, L., Sartorio, R. & Annunziata, O. (2002) *Analysis of the influence of coupled diffusion on transport in protein crystal growth for different gravity levels*. Acta Cryst. D, **58**, 1633-1637.
- [47] Johnson, E.M., Berk, D.A., Jain, R.K., Deen, W.M. (1996) *Hindered Diffusion in agarose gel: test of the effective medium model*. Biophys. J., **70**, 1017-1026.
- [48] Zhu, D.-W., Lorber, B., Sauter, C., Ng, J. D., Bénas, P., Le Grimellec, C. & Giegé, R. (2001) *Growth kinetics, diffraction properties and effect of agarose on the stability of a novel crystal form of Thermus thermophilus aspartyl-tRNA synthetase-1*. Acta Cryst. D **57**, 552-558.
- [49] Garcia-Ruiz, J. M. & Otalora, F. (1997) *Crystal growth studies in microgravity with the APCF. II. Image analysis studies*. J. Cryst. Growth **182**, 155-167.
- [50] Riès-Kautt, M., Broutin, I., Ducruix, A., William, S., Kahn, R., Chayen, N., Blow, D., Paal, K., Littke, W., Lorber, B., Théobald-Dietrich, A. & Giegé, R. (1997) *Crystallogenesis studies in microgravity with the Advanced Protein Crystallization Facility on SpaceHab-01*. J. Cryst. Growth **181**, 79-96.
- [51] Stapelmann, J., Smolik, G. , Lautenschlager, P., Lork, W., Pletser, V., DeTitta, G.T., Einspahr, H.M., Vekilov, P., Wilson, W.W. (2001) *Toward protein crystal growth on the International Space Station (ISS): innovative tools, diagnostics and applications*. J. Cryst. Growth, **232**, 468-472
- [52] Pletser, V., Minster, O., Bosch, R., Potthast, L. & Stapelmann, J. (2001) *The protein crystallization diagnostics facility: status of the ESA programme on the fundamentals of protein crystal growth*. J. Cryst. Growth **232**, 439-449.
- [53] DeLucas, L. J., Moore, K. M., Long, M. M., Rouleau, R., Bray, T., Crysel, W. & Weise, L. (2002) *Protein crystal growth in space, past and future*. J. Cryst. Growth **237-239**, 1646-1650.

L'utilizzo dei rifiuti industriali e municipali nell'industria del cemento

Nota di Giuseppe Frigione

Presentato dal socio Riccardo Sersale
(Riunione del 7 novembre 2003)

Riassunto - La gestione dei rifiuti potenzialmente tossici provenienti da differenti settori industriali o da residui solidi municipali può essere effettuata efficacemente nelle cementerie. Tali rifiuti, in funzione della loro composizione, possono essere utilizzati quali combustibili o materie prime ed essere inglobati nel clinker. La loro stabilizzazione successiva nel cemento, ove possono essere utilizzati anche i residui da incenerimento, dà un contributo ambientale significativo.

INTRODUZIONE

La messa a dimora dei rifiuti in discariche è stata l'opzione tecnologica più usata negli ultimi decenni. La Comunità Europea recentemente ha promulgato una Direttiva (Direttiva del Consiglio 1999/31/EC dell'aprile del 1999 sulle discariche), che impone, a partire dal 2006, una graduale riduzione dei residui biodegradabili da porre a discarica, ed incoraggia l'introduzione di strategie per il riciclo e la conversione dei residui in vista della loro riutilizzazione.

L'incenerimento di rifiuti nei forni da cemento, per il recupero delle loro calorie, è una forma di riciclaggio che permette la conservazione dell'energia riducendo il consumo di prodotti petroliferi e di carbone. Parimenti, l'utilizzo di residui industriali, aventi composizione chimica idonea, quale materia prima per la produzione del clinker, contribuirebbe in maniera rilevante alla riduzione del degrado ambientale, riducendo dissesti idrogeologici e danni all'integrità del paesaggio.

Uno dei percorsi per l'eliminazione dei rifiuti urbani è l'incenerimento. I residui provenienti dall'incenerimento dei rifiuti sono costituiti da ceneri pesanti (IBA) raccolte sotto la griglia del forno e da ceneri leggere (IFA), polvere fine raccolta nei dispositivi di filtrazione dei fumi. Benché l'incenerimento riduca il

volume dei residui urbani di circa il 70%, tuttavia è ancora necessario porre a discarica questi residui della combustione. Di conseguenza, le ceneri pesanti, che rappresentano circa 70-90% del totale di ceneri (1, 2), anche se sono classificate come residui non-pericolosi, secondo le "European Waste Catalogue", richiedono costi aggiuntivi per la loro eliminazione.

Alla luce di queste considerazioni, le tecnologie che puntano al riutilizzo delle ceneri, provenienti dai forni di incenerimento, devono essere fortemente incoraggiate. Quando per motivi diversi si debba ricorrere agli inceneritori, le ceneri possono essere utilizzate, se mostrano attività pozzolanica, come messo in evidenza da Wang *et al.* (3) per la preparazione di cementi del tipo II o IV [in accordo con le EN 197] ovvero, in assenza di attività pozzolanica, quale aggiunta filler a tutti i cementi, fino ad un massimo del 5%, in accordo alle citate EN 197.

L'obiettivo di questo lavoro è presentare un'efficace alternativa all'incenerimento o alla messa a discarica dei residui urbani e industriali prevedendone l'utilizzo nell'industria del cemento.

I RESIDUI NEI FORNI DA CEMENTO

I residui utilizzabili nei forni da cemento comprendono i solventi e diluenti industriali, i rivestimenti di auto rottamate, i residui dell'industria delle vernici, degli inchiostri, dei cosmetici, dei sanitari e dell'elettronica, nonché gli olii esausti e i sottoprodotti petrolchimici. Altri combustibili sono i trucioli di legno, i copertoni di auto usurati, i gusci di nocchie e la pula di riso. I residui urbani sono in prima linea fra i materiali che possono essere usati come combustibile nel forno da cemento. Questi residui sono costituiti da parecchi componenti dipendendo dallo stile di vita e dallo stato sociale della popolazione.

Molti materiali riciclati contengono gli ingredienti che sono alla base della fabbricazione del clinker di cemento: ceneri provenienti da impianti termici a carbone, scorie metallurgiche, fanghi di acque reflue.

Per l'utilizzo dei residui nella fabbricazione del cemento bisogna però considerare alcuni aspetti fondamentali:

- quando i residui transitano nel forno da cemento non devono immettere in atmosfera composti dannosi quali ad esempio la diossina;
- il calcestruzzo fatto con il risultante cemento non deve rilasciare metalli pericolosi così da inquinare le acque di falda o il suolo;
- i ferri di armatura immersi in detto calcestruzzo non devono essere potenzialmente corrosi per l'elevato contenuto di cloruri nel cemento;
- l'eccessiva quantità di alcali non deve innescare reazione espansiva con gli aggregati;

- i manufatti non devono subire azioni dirompenti ad opera di agenti esterni, altrimenti o per alterazione delle caratteristiche della matrice, (per esempio non potrebbe essere più assicurato l'ambiente alcalino entro cui i metalli pesanti presentano la più bassa solubilità) o perché aumenta la superficie di contatto con l'acqua lisciviante, si avrebbe un netto aumento dei metalli pesanti lisciviati.

EMMISSIONE DI SOSTANZE NOCIVE

La diossina e le altre sostanze nocive quali i furani si formano nella combustione incompleta di qualsiasi sostanza organica. Ciò avviene principalmente quando la temperatura di combustione è troppo bassa, soprattutto tra i 200 e i 600°C. Nei forni da cemento la temperatura della zona di sinterizzazione è superiore ai 1500°C e il tempo di permanenza sia dei fumi che del clinker in cottura è lungo, per cui la diossina e le altre sostanze organiche vengono distrutte in maniera efficace (4, 5). Inoltre, l'ambiente alcalino esistente nel forno da cemento è ideale per la decomposizione dei rifiuti organici clorurati, in quanto il cloro proveniente da residui clorurati si combina con il calcio proveniente dalla decomposizione del calcare. La distruzione dei residui clorurati nei forni da cemento fu trovata avere un rendimento maggiore del 99% (6).

I metalli pesanti presenti nei residui non sono combustibili, pertanto essi sono adsorbiti nel *cement kiln dust* (CKD) o sono adsorbiti nel clinker finendo nel prodotto cemento. È stato evidenziato che meno dell'1% dei metalli pericolosi è emesso con i gas esausti (7).

RESIDUI NEL CLINKER PORTLAND

I processi che avvengono nel forno da cemento presentano caratteristiche estremamente favorevoli all'utilizzo dei rifiuti come fonti di energia. Infatti, sia le proprietà chimiche -fisiche del materiale in cottura, sia le alte temperature che regnano nel forno, consentono al clinker portland di esercitare verso quest'ultimi una notevole azione d'inglobamento e di assimilazione.

I metalli più volatili, come Hg e Tl si volatilizzano e precipitano nelle parti più fredde del forno e si ritrovano nel CKD (7). Circa la metà del CKD raccolto negli elettrofiltri o nei filtri a manica può essere riciclato nuovamente nel forno. Il CKD non riciclato generalmente può essere utilizzato come fertilizzante in agricoltura o per altri scopi (1).

I reticoli cristallini degli alluminati e dei silicati che si formano nel forno trattengono grandi quantità di Cd, Co, Cu, Mo, Mn, Pb, Sn, Cr, Ni, V e Zn (1, 2, 7-13). In particolare è stato osservato che il

- Cd è intrappolato nell'alite e nella belite (11);

- Pb si concentra in minuscole sferette ed in piccole quantità anche nel C_3S (10, 14);
- Cr si ritrova prevalentemente nella belite. Esso in generale, compare nelle materie prime nella forma Cr(III) che per le condizioni di ossidazione esistenti durante il processo di clinkerizzazione è ossidato a Cr(VI) (13). Feng Xiuji e Yan Peiyu (15) hanno trovato che in condizioni ossidanti, il Cr è presente nel C_2S come Cr^{4+} e Cr^{5+} coordinato nei tetraedri di Si. Durante l'idratazione, Cr^{4+} e Cr^{5+} si disproporzionano in miscele di Cr^{3+} e di Cr^{6+} ;
- Ni forma il composto: $MgNiO_2$. Probabilmente $MgNiO_2$ è disciolto in MgO e forma un composto non-stechiometrico. Il restante Ni è presente nella matrice silicatica (13);
- V entra di preferenza nel C_2S (14);
- Zn appare invece nel C_3S e in quantità elevate nel periclasio (14).

È stato mostrato che la presenza dei metalli pesanti a causa della bassa concentrazione, non ha normalmente influenza sul processo di cottura o sul processo di idratazione (13).

L'utilizzo dei residui presenta due vantaggi: un risparmio di energia e la immobilizzazione di elementi tossici in un reticolo cristallino. Questa tecnica d'altra parte fu studiata per stabilizzare i vari costituenti nei residui nucleari (16).

METALLI PESANTI NEL CEMENTO

Con i clinker contenenti eventualmente metalli pericolosi, si producono cementi che sono assolutamente sicuri per quanto attiene il rilascio di metalli pesanti. Infatti, una aliquota di questi metalli è trattenuta in forma stabile nella frazione di clinker non idratata, l'altra nei composti idrati di neoformazione.

D'altra parte, residui da inceneritori possono essere addizionati, durante la macinazione, al clinker. In questo caso oltre alla presenza di eventuali metalli pesanti, si pone il problema della presenza di quantità relativamente elevate di cloruri e di alcali.

Il cemento, per la sua capacità di immobilizzare un'ampia gamma di metalli pesanti, è il materiale più idoneo per l'inertizzazione dei residui tossici con il processo di stabilizzazione e solidificazione (S/S) (17, 18).

I metalli pesanti provenienti della cenere o presenti nel clinker ed eventualmente liberati durante l'idratazione, possono reagire con i composti idratati per precipitazione, scambio ionico, adsorbimento superficiale, incapsulamento nel cemento idratato (19). La precipitazione è il meccanismo chimico più efficace di fissazione. Elementari considerazioni chimiche suggeriscono che una vasta gamma di ioni metallici precipitano per l'alto pH caratteristico del sistema cemento (20).

Per quanto attiene lo scambio ionico, l'ettringite ed il monosolfato agiscono come ospitanti di un certo numero di ioni attraverso la sostituzione chimica nel loro reticolo cristallino. Così è possibile la sostituzione ionica di Al^{3+} con Fe^{3+} e Cr^{3+} e di SO_4^{2-} con OH^- , CO_3^{2-} , SeO_4^{2-} e CrO_4^{2-} (21-25). La sostituzione del cromo esavalente nel monosolfato è di particolare interesse poiché il cromo è una sostanza tossica, mutagena e cancerogena. Il gel C-S-H ingloba ioni e sali con una varietà di meccanismi, quali l'adsorbimento, la soluzione solida con altre fasi e la sostituzione nei siti interlamellari (20-22).

Gougar *et al.* (26) hanno pubblicato un sommario di questi meccanismi: la Tabella 1 riporta le sostituzioni nell'ettringite, mentre la Tabella 2 riassume l'inglobamento degli ioni nel C-S-H. Le specie sono elencate nella forma elementare ma possono realmente essere immobilizzate nella struttura del C-S-H con altri meccanismi.

Tabella 1 - Ioni sostituenti nell'ettringite

$(Ca^{2+})^{VIII}$ sito	$(Al^{3+})^{VI}$ sito	(SO_4^{2-}) sito
Sr^{2+}	Cr^{3+}	$B(OH)_4$
Ba^{2+}	Ni^{3+}	Cl^-
Pb^{2+}	Co^{3+}	CrO_4^{2-}
Cd^{2+}	Ti^{3+}	AsO_4^{3-}
Co^{2+}		SeO_4^{2-}
Ni^{2+}		VO_4^{3-}
Zn^{2+}		MoO_4^{2-}

Tabella 2 - Specie atomiche immobilizzate nel C-S-H

Li, Na, K	Mg, Ni, Co, Hg, Zn, Cd	Cr, Pb
-----------	------------------------	--------

Si riportano, qui di seguito, alcune prove di rilascio – effettuate utilizzando soluzioni acide – su manufatti cementizi prodotti con cementi contenenti metalli pesanti.

Andrade *et al.* (14) hanno sinterizzato i clinkers sperimentali con l'aggiunta di V, Zn e Pb ad una materia prima standard, dalla quale è stato ottenuto anche un clinker utilizzato quale termine di paragone. I tre metalli sono stati scelti poiché sono presenti in molti combustibili alternativi ed in residui solidi industriali. Gli Autori osservarono che prove di lisciviazione effettuate su cementi ottenuti da questi clinker rivelarono bassa mobilità dei metalli incorporati nelle diverse fasi.

Serclérat *et al.* (27) produssero un clinker da una miscela industriale arricchita di Cr, Zn e Pb prima della clinkerizzazione. Essi eseguirono prove di estrazione sui campioni macinati a 100 µm per valutare il fissaggio dei metalli nella matrice dovuto al solo meccanismo chimico, escludendo del tutto il fenomeno di trasporto. Essi giunsero alle seguenti conclusioni:

- lo zinco è quasi insolubile nelle condizioni chimiche applicate; pertanto il rilascio è molto basso. Il risultato fu esteso a dilavamenti nel range di pH 7-13;
- il piombo è quasi non rilasciato: questo metallo è insolubilizzato nella matrice di cemento, se il pH del lisciviante è al di sotto di 12,5. Nelle reali condizioni di uso del cemento, mai l'acqua di contatto raggiunge tali valori elevati di pH.
- gli ioni cromato sono immobilizzati nella fase ettringite.

Roether *et al.* (28) produssero blocchi destinati alla costruzione di scogliere. La miscela utilizzata consisteva dell'85% di ceneri di residui urbani e del 15% di cemento Portland (tipo ASTM II). Dopo 1 anno i blocchi furono immersi in acqua di mare. Periodicamente, furono effettuate analisi sui blocchi per rilevare l'eventuale rilascio dei metalli. I risultati indicarono che anche dopo prolungata esposizione in acqua di mare i metalli responsabili di eventuale inquinamento ambientale erano trattenuti efficacemente nella matrice cementizia. Fu notato, anche, che le strutture della scogliera erano state colonizzate velocemente da diversi organismi marini – pesci e crostacei – che trovarono l'habitat adatto.

Dyer *et al.* (29) hanno usato ceneri da inceneritori (IBA) nella produzione di blocchi da muratura. I blocchi sono stati prodotti con 100% di cenere IBA come aggregato e contenuti differenti di cemento (140, 170 e 200 kg). Campioni provenienti dai blocchi sono stati sottoposti a prove di dilavamento in accordo con "CEN Leachate Test". I risultati, riportati in Tabella 3, indicano che le concentrazioni nel lisciviato di Pb, Zn, Cu e Cd erano bene al disotto dei valori massimi previsti dall'EU.

Tabella 3 - Prove di dilavamento da blocchi per muratura confezionati con IBA quale aggregato

MISCELA		Concentrazione nel lisciviato				
Cemento kg	IBA %	Pb ppb	Zn ppb	Cu ppb	Cd ppb	
		EU conc. max	50	5000	3000	5
200	100	3	8.5	13.2	0	
170	100	3.7	10.9	11.7	0	
140	100	3.1	20	4.4	0	

Recentemente ceneri da impianti di incenerimento di fango da acqua di scarico municipale sono state introdotte in parziale sostituzione sia del cemento che della sabbia nel calcestruzzo. Monzo *et al.* (30) hanno usato il 15% di cenere da fango in parziale sostituzione del cemento nelle malte. Il fango umido conteneva il 1,38% di Zn, il 1,41% di Cu e lo 0,62% di Ni: la concentrazione dei metalli nella soluzione lisciviata dagli esemplari contenenti ceneri da fango era simile a quella della miscela di riferimento, confezionata con inerti di granito.

Halliday e Dhir. (31) usarono cenere IBA in sostituzione di aggregati naturali leggeri nella produzione di blocchi leggeri. La percentuale di IBA impiegata era del 20% e del 50%. Il contenuto di solfati e di cloruri nell'IBA era 0,4 e 0,8% in peso, rispettivamente. Il lisciviato dai blocchi, ottenuto usando il "CEN Leachate Test", aveva una concentrazione di metalli pesanti come riportata in Tabella 4. Si può osservare che tutte le specie atomiche nocive per l'ambiente, furono trovate presenti in quantità al disotto dei limiti riportati dall' "European Union Drinking Directive" (32).

Tabella 4 - Prove di dilavamento da blocchi per muratura confezionati con cenere provenienti dall'incenerimento di fanghi municipali quale aggregato.

MISCELA	Concentrazione delle specie atomiche µg/l			
MWIBA %	Pb	Zn	Cu	Cd
EU concentr. Max	10	5000	2000	5
20	< 0.002	< 0.007	< 0.08	< 0.005
50	< 0.003	< 0.009	0.084	0.010

CEMENTI DI MISCELA

Indichiamo con tale termine i classici cementi pozzolanici – cioè quelli che superano il test di pozzolanicità [EN 196 Part 5] – e i cementi d'altoforno che contengono almeno il 65-70% di loppa basica granulata d'altoforno. Questi cementi presentano, rispetto ai cementi portland, ulteriori vantaggi nell'inglobamento dei residui. Essi infatti esibiscono, rispetto ai portland:

- maggiore impermeabilità: la porosità ed in particolare la distribuzione dei pori nelle paste di cemento esercitano il controllo sull'ingresso di sostanze capaci di disciogliere e lisciviare gli ioni metallici. Il coefficiente di diffusione degli ioni attraverso i materiali porosi è in stretta relazione con il volume dei pori molto piccoli e non con il loro volume totale (33). Le paste di cemento d'altoforno e pozzolanico hanno un alto volume di pori del gel - con raggi dei pori minore di 2 nm - ma significativamente più basse frazioni di pori capillari;

- un maggior contenuto di fase alluminatica con conseguente incremento della quantità di sale di Friedel prodotta, e quindi maggiore bloccaggio di cloruri (34-36);
- massima durabilità alla reazione alcali-aggregati (37);
- elevata resistenza al dilavamento della $\text{Ca}(\text{OH})_2$ proveniente dall'idratazione dei silicati. La ridotta quantità di calce asportabile dall'acqua impedisce la formazione di porosità con conseguente maggiore permeabilità (38, 39);
- elevata durabilità alle acque ed ai suoli solfatici e all'acqua di mare;
- maggiore resistenza all'attacco delle piogge acide (40, 41);
- maggiore quantità di fase CSH prodotta, cosicché aumenta la capacità di adsorbimento di ioni metallici pericolosi.

Inoltre, i cementi contenenti loppa d'altoforno sono particolarmente idonei ad immobilizzare il cromo. Infatti, la capacità della matrice cementizia di immobilizzare residui contenenti Cr dipende dalla condizione di ossidazione del cromo. Cr(III) è incorporato il più efficacemente nelle fasi solide, lasciando bassi livelli di Cr nella fase liquida dei pori, mentre Cr(VI) è incorporato meno prontamente nelle fasi idrate. L'ambiente riducente nei cementi di loppa idratati ha la capacità di ridurre Cr(VI) a Cr(III) che successivamente è incorporato negli idrati del cemento (42, 43).

Ancora, l'eventuale presenza di alluminio metallico nei residui comporta la sua ossidazione nell'ambiente alcalino del cemento, e la produzione di H_2 . Lo sviluppo di questo gas provoca espansione nella massa indurita (44, 45). I cementi d'altoforno presentano tempi di indurimento più lunghi e quindi possono assorbire l'eventuale espansione quando sono ancora allo stato plastico.

CONCLUSIONE

I cementi tipo Portland, e più marcatamente quelli pozzolanici e d'altoforno ad elevato contenuto di loppa, possono svolgere un ruolo importante nella gestione dei rifiuti potenzialmente tossici provenienti da differenti settori industriali o da residui solidi municipali. Tali rifiuti, in funzione della loro composizione, possono essere utilizzati quali combustibili o materie prime ed essere inglobati nel clinker. La loro stabilizzazione successiva nel cemento, ove possono essere utilizzati anche i residui da incenerimento, dà un contributo ambientale significativo.

BIBLIOGRAFIA

1. PERA, J., AMBROISE, J., Incineration of Waste and the Environment. In: Use incineration ash, Editors RK Dhir, TD Dyer and KA Plaine. Publisher: Thomas Telford, London, 2000, pp 1-17.
2. FRANTZ, G.C., DEMARS, K.R., Ash Reutilization Research at the University of Connecticut. In: Use incineration ash, Editors RK Dhir, TD Dyer and KA Plaine. Publisher: Thomas Telford, London, 2000, pp 371-329.
3. KUEN-SHENG WANG, KAE-LONG LIN, ZUH-QUIA HUANG, Hydraulic Activity of Municipal Solid Waste Incinerator Fly-ash Blended Eco-cement. Cement and Concrete Research, 2001, Vol. 31, pp 97-103.
4. HASSELRIIS, F., Relationship Between Combustion Conditions and Emission of Trace Pollutants. Paper presented at the New York State Air Pollution Association, May 2, 1984.
5. BOCCACCINI, A.R., KERN, H., RINCON J.Ma., ROMERO, M., Glass and Glass-Ceramics from Incinerator Fly Ash. In: Use incineration ash, Editors RK Dhir, TD Dyer and KA Plaine. Publisher: Thomas Telford, London, 2000, pp 33-44.
6. CMPS&F - Environment Australia. Appropriate Technologies for the Treatment of Scheduled Wastes. Review Report Number 4, 1997, November.
7. TREZZA, M.A., SCIAN, A.N., Burning wastes as an industrial resource. Their effect on Portland cement clinker. Cement Concrete Research, 2000, Vol. 30, pp 137-144.
8. STEPHAN, D., MALEKI, H., KNOFEL, D., EBER, B., HARDTL, R., Influence of Cr, Ni and Zn on the properties of pure clinker phases. Part I C_3S . Cement Concrete Research, 1999, Vol. 29, pp 545-552.
9. SPRUNG, S., RECHENBERG, W., Schwermetallgehalte im klinker und im zement. Zement. Kalk Gips, 1994, Vol. 47, pp 258-263.
10. KIRCHNER, G., Behaviour of heavy metals during cement clinker burning. Zement. Kalk Gips, 1986, (10), pp 555-557.
11. KIRCHNER, G., Reaction of cadmium in the clinker burning process. Zement. Kalk Gips, 1985, (9) pp 535-539.
12. MURAT, M., SORRENTINO, F., Effect of large additions of Cd, Pb, Cr, Zn, to cement raw meal on the composition and the properties of the clinker and the cement. Cement Concrete Research, 1996, Vol. 26, pp 377-385.
13. STEPHAN, D., MALLMANN, R., KNOFEL, D., HARDTL, R., High intakes of Cr, Ni and Zn in clinker. Part I. Influence on burning process and formation of phases. Cement Concrete Research, 1999, Vol. 29, pp 1949-1957.
14. ANDRADE, F.R.D., MARINGOLO, V., KIHARA, Y., Incorporation of V, Zn and Pb into the crystalline phases of Portland clinker. Cement Concrete Research, 2003, Vol. 33, pp 63-71.
15. FENG XIUJI, and YAN PEIYU, Effect of the states of chromium ion on the colour characteristics of doped βC_2S . Advances in Cement Research, 1990, Vol. 10, pp 85-88.

16. GLASSER, F.P., Progress in the Immobilization of Radioactive Wastes in Cement. Cement and Concrete Research, 1992, Vol. 22, pp 201-216.
17. CHOON-KEUN PARK, Hydration and Solidification of Hazardous Wastes Containing Heavy Metals Using Modified Cementitious Materials. Cement and Concrete Research, 2000, Vol. 30, pp 429-435.
18. MILLER, F.M.G., KLEMM, W.A., Mechanistic considerations for the efficiency of Portland cement in waste stabilization. Proceedings of the 10th International Congress on the Chemistry of Cement, Göteborg, 1997, Vol 4, p 4iv041.
19. POMIÈS, M.P., LEQUEUX, N., BOCH, P., Speciation of Cadmium in Cement. Part II. C₃S Hydration with Cd⁺⁺ solution. Cement Concrete Research, 2001, Vol. 31, pp 571-576.
20. GLASSER, F.P., Application of cements to the treatment and conditioning of toxic wastes. 9th International Congress on the Chemistry of Cement, New Delhi, Publisher: National Council for Cement and Building Materials, New Delhi, 1992, Vol VI, pp 114-118.
21. BONEN, D., SARKAR, S.L., The present state-of-the-art of immobilization of hazardous heavy metals in cement-based materials. Advances Cement & Concrete Proceedings. Engineering Foundation Conference, 1994, pp 481-498; American Society of Civil Engineers, New York.
22. BENSTED, J., VARMA, S.P., Ettringite and its derivatives. II. Chromate substitution. Silicates Industriels, 1973, Vol. 37, pp 315-318.
23. KUMARATHASAN, P., MCCARTHY, G.J., HASSETT, D.J., PFLUGHOEFT-HASSETT, D.F., Oxyanion substituted ettringites: synthesis and characterization and their potential role in immobilization of As, B, Cr, Se, and V. Fly Ash and Coal Conversion By-Products: Characterization, Utilization and Disposal. VI. Materials. Research Society Symposium Proceedings. 1990, pp 83-104.
24. POELLMAN, H., AUER, St., KUZEL, H.J., WENDA, R., Solid solution of ettringites: Part II: Incorporation of B(OH)₄⁻ and CrO₄²⁻ in 3CaO.Al₂O₃.3CaSO₄.32H₂O. Cement Concrete Research, 1993, Vol. 23, pp 422-430.
25. REARDON, E.J., An ion interaction model for the determination of chemical equilibria in cement/water systems. Cement Concrete Research, 1990, Vol. 20, pp 175-192.
26. GOUGAR, M.L.D., SCHEETZ, B.E., ROY, D.M., Ettringite and C-S-H- Portland cement phases for waste ion immobilization: a review. Waste Management, 1996, Vol. 16, pp 295-503.
27. SERCLÉRAT, I., MOSZKOWICZ, P., POLLET, B., Retention mechanisms in mortars of the trace metals contained in Portland cement clinkers. Waste Management, 2000, Vol. 20, pp 259-264.
28. ROETHEL, F.J., BRESLIN, V.T., MSW Combustor Ash Utilization in Marine and Terrestrial Systems. In: Use incineration ash, Editors RK Dhir, TD Dyer and KA Plaine. Publisher: Thomas Telford, London, 2000, pp 331-339.
29. DYER, T.D., DHIR, R.K., COLLIER, T.C., Precast Concrete Products Produced Using Incinerator Bottom Ash. In: Use incineration ash, Eds RK Dhir, TD Dyer and KA Plaine. Publisher: Thomas Telford, London, 2000, pp 341-353.

30. MONZÒ, J., PAYÀ, J., BORRACHERO, M.V., CÒRCOLES, A., Use of Sewage Sludge Ash(SSA)-Cement Admixtures in Mortars. *Cement Concrete Research*, 1996, Vol. 26, pp 1389-1398.
31. HALLIDAY, J.E., DHIR, R.K., Full Scale Trials Using Incinerator Bottom Ash in Cement Based Products. In *Suitable Concrete Construction*, R.K. Dhir, T.D. Dyer, J.E. Holliday Edts, Publisher: Thomas Telford, London, 2002, pp 429-438.
32. EUROPEAN UNION, Quality of water intended for human consumption. EU Council Directive (98/83/EC), 1998.
33. ROY, D.M., Cementitious materials in nuclear waste management. 9th International Congress on the Chemistry of Cement, New Delhi, Publisher: National Council for Cement and Building Materials, New Delhi, 1992, Vol VI, pp 88-113.
34. RASHEEDUZZAFAR, AL-SAADOUN, S.S., AL-GAHTANI, A.S., DAKHIL, F.H., Effect of Tricalcium Aluminate Content of Cement on Corrosion of Reinforcing Steel in Concrete. *Cement Concrete Research*, 1990, Vol. 20, pp 723-738.
35. LUO, R., CAI, Y., WANG, C., HUANG, X., Study of Chloride Binding and Diffusion in GGBS Concrete. *Cement Concrete Research*, 2003, Vol. 33, pp 1-7.
36. DHIR, R.K., EL-MOHR, M.A.K., DYER, T.D., Chloride Binding in GGBS Concrete. *Cement Concrete Research*, 1996, Vol. 26, pp 1767-1773.
37. FRIGIONE, G., MAROTTA, R., Portland blast- furnace slag cements and resistance to the alkali-aggregate reaction. *World Cement Technology*, 1981, Vol. 12, March, pp 73-78.
38. PARISSI, F., BARONE, P., Dimostrazioni sperimentali per vie diverse della pozzolanicità delle loppe d'altoforno. *Industria Italiana del Cemento*, 1964, Vol. XXXIV, pp 887-892.
39. FRIGIONE, G., Pozzolanicity test on pozzolan and blast-furnace slag cements: the influence of gypsum content. *Il Cemento*, 1995, Vol. 92, pp 71-75.
40. GUTT, W.G., HARRISON, W.H., Chemical Resistance of Concrete. *Concrete*, 1977, Vol. 11 (5), pp 35-37.
41. SERSALE, R., FRIGIONE, G., BONAVITA, L., Acid Depositions and Concretes Attack: Main Influences. *Cement and Concrete Research*, 1998, Vol. 28, pp 19-24.
42. DEJA, J., Immobilization of Cr^{6+} , Cd^{2+} , Zn^{2+} and Pb^{2+} in alkali-activated slag binders. *Cement Concrete Research*, 2002, Vol. 32, pp 1971-1979.
43. ALLAN, M.L., KUKACKA, L.E., Blast furnace slag-modified grouts for in situ stabilization of chromium-contaminated soil. *Waste Management*, 1995, Vol. 15, pp 193-202.
44. JOHNSON, C.A., A geochemical perspective on the factors that control long-term emission from municipal solid waste incinerator residues. In: *Use incineration ash*, Editors RK Dhir, TD Dyer and KA Plaine. Publisher: Thomas Telford, London, 2000, pp 77-86.
45. JOHNSON, C.A., A Geochemical Perspective on the Factors that Control Long-term Emission from Municipal Solid Waste Incinerator Residues. In: *Use incineration ash*, Editors RK Dhir, TD Dyer and KA Plaine. Publisher: Thomas Telford, London, 2000, pp 77-86.

Le aggiunte minerali al cemento Portland ordinario e le modificazioni del suo comportamento tecnico.

Nota di Riccardo Sersale

(Adunanza del di 7 Novembre 2003)

Riassunto. Vengono discusse le caratteristiche chimico-fisiche e costituzionali dei vari tipi di aggiunte minerali e puntualizzate le modifiche nel comportamento tecnico che la loro incorporazione induce nel cemento Portland ordinario.

Al lume del disposto della Norma UNI ENV 197-1, vengono presentati cinque tipi di cemento, caratterizzati dai medesimi costituenti, in rapporti ponderali differenti, idonei alla preparazione di calcestruzzi da impiegare in condizioni ambientali ordinarie e da scegliere in funzione delle opere da realizzare.

Vengono infine specificate le relazioni fra ciascun tipo di cemento e le proprietà del relativo calcestruzzo.

Parole chiave: Aggiunte minerali, cementi di miscela, proprietà del calcestruzzo.

Summary. After a classing of the different mineral additions, the modifications of the technical behaviour of ordinary Portland cement following their incorporation, are discussed.

Five types of cement prepared with the same constituents, but in different weight ratios, suitable for the preparation of concretes to be employed in ordinary environmental conditions and selected in conformity with the works to be accomplished, are presented according to the Specification of the UNI ENV 197-1.

The relationship between the cement type and the properties of the resulting concrete are at last emphasized.

Key words: Mineral additions, blended cements, concrete properties.

Introduzione

Le aggiunte minerali, il cui impiego va continuamente crescendo, sono prodotti inorganici naturali od artificiali, da aggiungere al cemento Portland ordinario in quantità variabili. Tali aggiunte possono essere: addizionate al cemento, frammiste al clinker in via di macinazione, unite direttamente al calcestruzzo prima o durante il progetto della miscela.

È stato constatato (1, 2) che l'incorporazione delle aggiunte minerali non influenza le caratteristiche essenziali del cemento Portland ordinario, ma induce sostanziali vantaggi tecnici, quali:

- (1) più alta resistenza agli ambienti aggressivi (3);
- (2) più basso calore d'idratazione (4);
- (3) ridotto contenuto d'alcali e minimizzazione della reazione alcali-aggregato (5);
- (4) miglioramento delle proprietà reologiche delle malte e del calcestruzzo fresco (6);
- (5) aumento della resistenza alle lunghe stagionature di malte e calcestruzzi (7).

Vi sono anche possibili svantaggi, quali: più bassa velocità di sviluppo della resistenza meccanica alle brevi stagionature; maggiore sensibilità ad una stagionatura troppo breve o ad una insufficiente umidità. Il bilancio tuttavia è, però, nettamente positivo, anche perchè favorito da ragioni economiche e di salvaguardia dell'ambiente.

Dieci tonnellate di aggiunta consentono infatti un risparmio di una tonnellata di combustibile, o un'economia di energia elettrica, traducendosi in un incremento della produzione di cemento ed in una ridotta emissione di CO₂ nell'atmosfera, responsabile, com'è noto, del riscaldamento terrestre. Si utilizzano inoltre sottoprodotti industriali che altrimenti creerebbero seri problemi di collocazione.

Tipi di aggiunte minerali

Sulla base delle proprietà idrauliche e della reattività con il clinker di Portland, le aggiunte minerali si suddividono in tre classi:

1. Aggiunte con caratteristiche idrauliche latenti;
2. Aggiunte a comportamento "pozzolanico";
3. Riempitivi (fillers).

Alla prima classe appartengono: la scoria d'alto forno granulata (8),(9),(10) ed altre scorie ferrose (11) e non ferrose (6).

Alla seconda classe appartengono: le pozzolane naturali (12), i tufi vulcanici (13),(14), (15), (16), le zeoliti naturali (17), (18), le ceneri volanti (19), le argille torrefatte (20), il fumo di silice (21), le ceneri di pula di riso (22).

Alla terza classe appartengono i prodotti finemente suddivisi (fillers) (23).

La composizione chimica e mineralogica delle aggiunte minerali e la loro distribuzione granulometrica variano in un intervallo piuttosto ampio. Non sempre si registra pertanto una piena corrispondenza fra le loro caratteristiche

chimiche e fisiche e gli effetti che inducono nel clinker. Questa constatazione ha spinto alcuni studiosi a proporre una classificazione delle aggiunte in base al comportamento nel cemento e nel calcestruzzo, piuttosto che in base alla loro origine (24). Si va infatti facendo strada il convincimento che le caratteristiche di comportamento delle aggiunte dipendano principalmente dalla finezza delle particelle e dalla composizione mineralogica, piuttosto che da quella chimica e dalla natura della specie. L'influenza dell'aggiunta minerale sulle proprietà del risultante cemento non è infatti determinata tanto dall'essere una scoria d'alto forno od una cenere volante, quanto dalla sua distribuzione granulometrica e dalla cristallinità delle fasi che la compongono (24), (25). Tale convincimento induce il più spesso ad operare la scelta dell'aggiunta in base alla disponibilità.

Il dosaggio dell'aggiunta minerale spazia in un intervallo piuttosto ampio ed in Italia è regolato dalla Norma UNI ENV 197-1, che costituisce la trasposizione italiana della Norma CEN ENV 197-1 (26). Essa rende precisa la composizione dei cementi comuni, idonei alla preparazione di calcestruzzi da impiegare in condizioni ambientali ordinarie.

Tali cementi vengono suddivisi in cinque tipi, caratterizzati dai medesimi costituenti, presenti, però, in rapporti ponderali differenti. I cinque tipi sono:

- I Cemento Portland
- II Cemento Portland composito
- III Cemento d'alto forno
- IV Cemento pozzolanico
- V Cemento composito.

Il cemento tipo I, o cemento Portland, è costituito da una miscela intima di clinker e gesso. Può contenere fino al 5% in peso di elementi accessori (fillers), idonei a migliorare lavorabilità e ritenzione d'acqua negli impasti, grazie alla distribuzione granulometrica, senza peggiorare le proprietà originarie e senza creare problemi di durabilità del calcestruzzo semplice ed armato.

Il cemento tipo II comprende composizioni a contenuto di clinker non inferiore all'80% (II A), che sono da considerare cementi Portland modificati. I costituenti diversi dal clinker servono a migliorare la reologia delle paste, ad omogeneizzare la microstruttura e, in molti casi, ad aumentare resistenza meccanica e durabilità,

I cementi di tipo II B, recano un significativo contenuto d'aggiunta (21-35%) e modificano in una certa misura il comportamento del Portland di origine.

I cementi di tipo III vengono suddivisi dalla Norma in tre categorie: A, B, C, con contenuto di scoria d'alto forno variabile dal 36 al 95%. Quelli normalmente prodotti in Italia sono di tipo III A (36-65%) e III B (66-80%). I cementi a tenore di scoria superiore al 60% (III B) sono adatti per realizzare opere che

richiedano un bassissimo calore d'idratazione, un'alta impermeabilità, un'elevata resistenza all'attacco di acque marine, solfatiche e dolci.

I cementi di tipo IV sono suddivisi dalla Norma in due categorie. Il tipo IV A comprende i cementi pozzolanici tradizionali, costituiti da 2/3 in peso di clinker ed 1/3 di pozzolana, nonché quelli preparati con quantità minori di materiali molto attivi a comportamento pozzolanico.

I cementi di tipo IV B (36-55% di pozzolana), sono impiegati per la realizzazione di opere idrauliche e marine, grazie al basso calore d'idratazione ed impartiscono al calcestruzzo bassa permeabilità ed alta resistenza all'attacco solfatico.

I cementi di tipo V derivano da una miscela, in rapporti diversi, di scoria d'alto forno, pozzolana e di clinker che può scendere fino al 20%. Un così basso contenuto di clinker non favorisce la durabilità dei manufatti, l'indurimento è più lento, più basso il calore d'idratazione, anche se i limiti di resistenza rimangono quelli validi per gli altri cementi. Sono indicati per manti stradali ed opere marine.

Proprietà meccaniche

Per classificare i cementi, la resistenza a compressione è la proprietà meccanica disciplinata dalla Norma (26). Essa deve esser compresa tra un valore minimo ed uno massimo (forcella), criterio che si traduce in una maggiore costanza delle caratteristiche di qualità del prodotto ed impone al produttore frequenti controlli nel corso del processo produttivo.

La Norma (26) stabilisce tre classi di resistenza a compressione a 28 giorni: 32.5, 42.5 e 52.5 N/mm², ciascuna di esse divisa in due sottoclassi, l'una relativa ai cementi ad indurimento normale, l'altra a quelli ad elevata resistenza iniziale, indicata con il simbolo R (rapido).

Per tutti i cementi la prima scadenza della prova è fissata a due giorni, ad eccezione di quelli appartenenti alla classe 32.5 ad indurimento normale, che vanno invece valutati alla scadenza di sette giorni.

Proprietà fisiche.

La Norma (26) disciplina il tempo d'inizio di presa e la stabilità di volume. La finezza risulta controllata dal tempo d'inizio della presa e dalla resistenza iniziale. Nei cementi odierni la presa termina prima di otto ore.

Requisiti chimici.

La Norma (26) stabilisce la determinazione della perdita al fuoco e del residuo insolubile solo per i cementi I (Portland) e III (alto forno).

Il contenuto di SO_3 , che ha ricadute sulla stabilità di volume, viene fissato tra 3.5 e 4.5%, a seconda del tipo di cemento e della classe di resistenza, ed il tenore di cloruri allo 0.1%, al fine di prevenire fenomeni di corrosione dei ferri nei calcestruzzi armati.

Effetti delle aggiunte minerali sul comportamento tecnico del risultante cemento

Tempo di presa e resistenza meccanica.

Il tempo di presa di cementi con aggiunte minerali risulta, in generale, maggiore di quello del cemento Portland, particolarmente per cementi ad alto contenuto d'aggiunta ed a basse temperature (4), (7), in considerazione della moderata reattività. È ben noto, però, che il tempo di presa può esser ridotto con una macinazione più spinta. È anche possibile far ricorso ad additivi riduttori d'acqua che esplicano pure un effetto positivo sulla resistenza meccanica.

Alle brevi stagionature, le aggiunte minerali abbassano la resistenza meccanica. L'abbassamento risulta all'incirca proporzionale alla percentuale di aggiunta ed è altresì influenzato dalla composizione di quest'ultima, dalla finezza delle particelle e dal metodo di preparazione del risultante cemento.

A partire, però, dal settimo giorno, si registra, in generale, un aumento di resistenza. Pertanto, la resistenza meccanica alle lunghe stagionature risulta simile, e talvolta superiore, a quella del cemento Portland, per effetto di una porosità inferiore ed un numero minore di pori continui.

La resistenza alle brevi stagionature può comunque esser incrementata stagionando a vapore il manufatto, un trattamento particolarmente indicato per cementi con aggiunte minerali.

Calore d'idratazione.

Le aggiunte minerali abbassano significativamente il calore d'idratazione del risultante cemento, anche se l'influenza della composizione mineralogica del clinker e la finezza non sono sempre trascurabili. L'abbassamento è all'incirca proporzionale alla percentuale di aggiunta, ciò che costituisce un vantaggio nella realizzazione di opere di un certo spessore.

Va osservato che la presenza dell'aggiunta produce un leggero incremento del calore d'idratazione a tre e sette giorni, un effetto che risulta annullato alla scadenza di ventotto giorni.

Durabilità.

Notevole è l'influenza delle aggiunte minerali. È stato posto in luce che, ad esempio, l'espansione provocata dalla presenza d'alcali, comunque presenti ne-

gli impasti cementizi, decresce con il contenuto di scoria. Con riferimento alla reazione alcali-aggregato pertanto, cementi ad alto contenuto di scoria possono in effetti risultare non espansivi (7). Altrettanto si registra se l'aggiunta minerale è costituita da pozzolana, da tufi vulcanici polverizzati (gli equivalenti zeolitizzati delle pozzolane naturali) (5),(16), (17).

Tale notevole influenza è addebitabile alla composizione della pasta di cemento ed alla distribuzione delle dimensioni dei pori, come è stato posto in luce con ricerche su paste di cemento d'alto forno e di Portland ordinario, stagionate a 20° C (7), (27). In presenza dell'aggiunta minerale si registra uno scivolamento del raggio dei pori verso valori inferiori a 100 Å.

Nelle paste di cemento indurite, le ridotte dimensioni dei pori continui e dell'idrossido di calcio libero, favoriscono la neoformazione di una tessitura più compatta del silicato di calcio idrato a più basso rapporto calce/silice ed una superficie specifica più ampia. La riduzione delle dimensioni dei pori rallenta inoltre la diffusione degli ioni aggressivi, particolarmente quando le dimensioni dei pori non superano i 100 Å. Tale condizione riveste particolare importanza nel caso della diffusione di ioni cloruro, che provocano corrosione dei ferri d'armatura, come si registra nel caso di opere esposte all'azione di acque marine o quando su manti stradali si spandono sali disgelanti.

I cementi contenenti calcare come riempitivo (filler) denunciano un comportamento intermedio rispetto a quelli contenenti pozzolana o scoria d'alto forno (28).

Resistenza al gelo.

Alle brevi stagionature le aggiunte minerali tendono ad abbassare la resistenza al gelo del risultante cemento, per effetto dell'abbassamento della resistenza meccanica alle brevi stagionature indotto dall'aggiunta. Tale inconveniente si supera con l'impiego di agenti aeranti. Alle lunghe stagionature, però, il comportamento dei cementi con aggiunte minerali uguaglia quello del Portland.

Porosità.

L'addizione di aggiunte minerali aumenta la porosità totale, ma, con il procedere dell'idratazione, si registra un affinamento dei pori. Il volume dei pori più grossi decresce ed i grossi pori permeabili si trasformano in pori più piccoli, impermeabili.

Meno studiato è l'effetto del calcare sulla porosità. Sull'argomento si registra tuttora disparità di opinioni. L'addizione di calcare al silicato tricalcico provocherebbe lo sviluppo di pori di minor diametro alla scadenza di sette giorni d'idratazione (29). Viene, al contrario segnalato un incremento di porosità dopo

ventotto giorni d'idratazione, con conseguente decremento di resistenza meccanica (30).

Lavorabilità.

La richiesta d'acqua di cementi con aggiunte minerali varia con le caratteristiche specifiche dell'aggiunta ed è condizionata dalla sua finezza.

Relazioni fra tipo di cemento e proprietà del calcestruzzo.

La scelta del cemento giuoca indubbiamente un ruolo fondamentale sulla resistenza meccanica e sulla durabilità del calcestruzzo. Tali relazioni sono condizionate, però, non solo dalla classe di resistenza e dal tipo di cemento, ma altresì da molteplici fattori, quali: il dosaggio di cemento, il rapporto acqua/cemento, la granulometria dell'aggregato, la durata della stagionatura. A parità di ogni altra condizione, quanto più elevate sono classe di resistenza e dosaggio di cemento, tanto maggiore risulta la resistenza meccanica del calcestruzzo.

Con l'aumento del rapporto acqua/cemento si registra una diminuzione rapida della resistenza meccanica. L'eccesso d'acqua, rispetto a quella necessaria per una completa idratazione del cemento, indebolisce il legame pasta/aggregato, rendendo più porosa la prima.

Con la durata della stagionatura si registra un sensibile aumento di resistenza del calcestruzzo, il cui sviluppo può variare con il tipo di cemento impiegato.

Al momento della progettazione del calcestruzzo è pertanto necessario che tali parametri siano tenuti ben presenti.

Modulo di elasticità.

Nei calcestruzzi ordinari risulta indipendente dal tipo di cemento, dalla porosità, dalle condizioni di maturazione. Aumenta all'aumentare della resistenza meccanica del calcestruzzo e dipende fortemente dalla natura dell'aggregato (26).

Ritiro del calcestruzzo.

Dipende dal ritiro del cemento, anche se non ancora è stata rilevata una stretta relazione fra ritiro del cemento e ritiro del calcestruzzo. Ciò soprattutto perchè il ritiro del calcestruzzo è condizionato anche da altri fattori, quali: composizione della miscela, condizioni di maturazione, dosaggio d'acqua, tipo di aggregato.

Per minimizzare il ritiro occorre: evitare dosaggi troppo elevati di cemento, ridurre il rapporto acqua/cemento, ricorrere ad additivi riduttori d'acqua, utiliz-

zare aggregati di buone caratteristiche elastiche, stagionare a lungo il calcestruzzo per renderlo compatto ed impermeabile.

Deformazione sotto carichi permanenti.

Il calcestruzzo caricato subisce una deformazione in parte elastica ed in parte anelastica (*creep o fluage*). Allorchè il carico viene rimosso, una parte della deformazione viene recuperata ed una resta invariata. La deformazione permanente dipende principalmente dalla pasta di cemento e dalle caratteristiche dell'aggregato. La deformazione anelastica è correlata alla resistenza meccanica e pertanto, a parità di ogni altra condizione, alla classe di resistenza del cemento ed alla porosità. Poiché quest'ultima dipende dal rapporto acqua/cemento, la deformazione sotto carico costante aumenta all'aumentare di tale rapporto.

Calore d'idratazione.

Dipende dalla composizione del cemento e dalla sua finezza. Se quest'ultima rimane costante, il calore risulta tanto maggiore, quanto maggiore è la percentuale di clinker di Portland.

Allo sviluppo del calore d'idratazione concorrono: la scoria d'alto forno, le pozzolane, le ceneri volanti, ecc. Il loro contributo risulta però inferiore a quello della frazione clinker. Il calore d'idratazione del cemento Portland risulta, in generale, superiore a quello dei cementi con aggiunte minerali. Hanno uno sviluppo di calore più graduale, laddove nel Portland è concentrato nei primi giorni di maturazione. A causa della bassa conducibilità termica, il calore d'idratazione provoca salti fra l'interno e l'esterno del manufatto in calcestruzzo, tanto più avvertiti quanto maggiore lo spessore dell'opera. Insorgono tensioni interne che, quando raggiungono la resistenza a trazione, provocano fessurazione.

Porosità.

Per l'aliquota più significativa, la porosità del calcestruzzo è quella distribuita nella pasta di cemento ed all'interfaccia pasta/aggregato. Aumenta all'aumentare del rapporto acqua/cemento. Ad essa sono strettamente collegate permeabilità (ingresso dei fluidi sotto l'azione di un gradiente di pressione) ed assorbimento (ingresso di fluidi per azione di forze capillari).

La porosità dipende principalmente dalla permeabilità della pasta di cemento e dell'interfaccia pasta aggregato, quando non dalla presenza di microfessure. In calcestruzzi ben dosati, compattati e maturati a dovere, la permeabilità dell'aggregato esercita un ruolo secondario, poiché ciascuna particella risulta avvolta dalla pasta di cemento.

La permeabilità della pasta di cemento può esser considerevolmente ridotta con una corretta stagionatura, che impedisca la perdita d'umidità prima che sia-

no terminate le reazioni d'idratazione. In tal modo i prodotti d'idratazione precipitano nei pori della pasta di cemento e li occludono.

Il tipo di cemento esercita una certa influenza sulla porosità, permeabilità ed assorbimento, le quali dipendono anche dalla curva granulometrica dell'aggregato e dal dosaggio di cemento che deve esser sufficiente per avvolgere ogni granulo. Le differenze che si riscontrano in funzione del tipo di cemento sono però assai minori di quelle dovute al rapporto acqua/cemento, anche se i cementi con aggiunte minerali risultano, alle brevi stagionature, più permeabili del Portland e meno alle lunghe stagionature.

Per abbattere permeabilità ed assorbimento del calcestruzzo occorre: ridurre il rapporto acqua cemento, ottimizzare il dosaggio di cemento, praticare una maturazione a dovere, preferire i cementi con aggiunte minerali, accomodare la granulometria dell'aggregato.

Resistenza al dilavamento.

I calcestruzzi preparati con cementi addizionati di aggiunte minerali contengono meno idrossido di calcio solubile, pertanto denunciano maggiore resistenza al dilavamento da parte di acque dolci e continuamente rinnovate.

Paste idratate di cemento pozzolanico, ad esempio, contengono una maggiore quantità di silicato di calcio idrato e solo il 3-6% di calce libera, contro il 20-22% delle paste di cemento Portland. Comportamento equivalente hanno anche i cementi d'alto forno

Resistenza alla carbonatazione.

L'anidride carbonica dell'aria attacca i prodotti d'idratazione, formando carbonato di calcio, con conseguente diminuzione del pH della soluzione dei pori della pasta di cemento e corrosione dei ferri di armatura. Nei calcestruzzi ben compattati, però, l'attacco rimane superficiale ed il carbonato neoformato riempie i pori capillari, bloccando il prosieguo della reazione.

Per impedire l'ingresso di anidride carbonica è necessario preparare calcestruzzi relativamente ricchi di cemento, a basso rapporto acqua/cemento, convenientemente maturati e con aggregati di idonea curva granulometrica.

L'influenza del tipo di cemento sulla profondità di carbonatazione è tuttora oggetto di studi (31).

Resistenza all'attacco solfatico.

I solfati di calcio, sodio, magnesio, ammonio, possono provocare rigonfiamenti e fessurazioni del calcestruzzo. Lo ione SO_4^{-2} , ad esempio, dà origine alla neoformazione di composti espansivi (32), grazie alla presenza nella pasta di cemento idratata ed indurita di alluminati di calcio idrati e di idrossido di calcio.

Per contrastare un attacco moderato da parte di tali sali, conviene impiegare cementi a basso contenuto di alluminato tricalcico e, meglio, cementi con aggiunte minerali che hanno tutti un basso contenuto di alluminato tricalcico e di idrossido di calcio, ed impiegare additivi riduttori d'acqua che consentono riduzione del rapporto acqua/cemento e, conseguentemente, favoriscono compattezza ed impermeabilità dei manufatti.

Resistenza all'attacco dei cloruri.

Le acque contenenti cloruri facilitano la lisciviazione della calce, rendendo il calcestruzzo poroso e meccanicamente meno resistente. Il danno risulta particolarmente grave nei calcestruzzi armati, semplici e precompressi, quando, in prossimità dell'armatura, il rapporto Cl^-/OH^- supera il valore di 0.3. In tal caso il ferro non è più passivato dall'alcalinità della soluzione dei pori della pasta di cemento e, in presenza di ossigeno, viene corrosivo. È necessario pertanto assicurare al calcestruzzo massima compattezza ed al copriferro adeguato spessore.

Poiché i cloruri possono raggiungere l'armatura solo se il calcestruzzo è permeabile, la scelta del tipo di cemento si rivela meno determinante rispetto alla pluralità di accorgimenti rivolti ad assicurare al calcestruzzo massima compattezza.

Resistenza al gelo.

La resistenza del calcestruzzo all'azione del gelo dipende dalla presenza di acqua congelabile, contenuta nei pori capillari della pasta di cemento. Congelando, essa induce nel manufatto tensioni che, quando superano la resistenza a trazione, producono fessurazione.

Occorre pertanto impiegare cementi di adeguata classe di resistenza, bassi rapporti acqua/cemento, additivi aeranti, aggregati non gelivi e maturare lungamente il manufatto prima di esporlo al gelo.

Resistenza ai sali disgelanti.

I rimedi sono i medesimi di quelli necessari a contrastare gli effetti del gelo; impiegare bassi rapporti acqua/cemento (minore di 0.5), effettuare un dosaggio di cemento non inferiore a 350 kg/m^3 , creare, con l'impiego di additivi aeranti, microscopiche cavità nella pasta di cemento, idonee ad assorbire l'aumento di volume che fa seguito al congelamento dell'acqua.

Anche qui il ruolo svolto dal tipo di cemento non è determinante. Lo è, al contrario, la classe di resistenza.

Conclusioni

L'insieme di quanto sopra esposto converge nell'indicare che:

1. l'aggiunzione di aggiunte minerali al cemento Portland induce sostanziali vantaggi tecnici, senza comprometterne le caratteristiche essenziali;
2. la scelta del tipo di aggiunta minerale, a parità di distribuzione granulometrica e cristallinità delle fasi, è principalmente determinata dalla sua disponibilità.
3. il dosaggio dell'aggiunta è regolato dalla Norma UNI ENV 197-1 e consente di privilegiare alcune caratteristiche del cemento in relazione all'opera da realizzare. Incide infatti sullo sviluppo della resistenza meccanica, sulle proprietà chimiche e fisiche, sul calore d'idratazione, sulla durabilità, sulla resistenza al gelo, sulla porosità e sulla lavorabilità;
4. la scelta del tipo di cemento giuoca indubbiamente un ruolo determinante sulla resistenza meccanica e sulla durabilità del corrispondente calcestruzzo. Tali proprietà sono, però, condizionate da una pluralità di altri fattori, fra i quali il dosaggio di cemento, il rapporto acqua/cemento, la granulometria dell'aggregato, la durata della stagionatura.

Bibliografia

- (1) M. Regourd. Caractéristiques et activation des produits d'addition. 8th I.C.C.C. Principal Report, I, 200-229, (1986).
- (2) H. Uchikawa. Effect of blending components on hydration and structure formation. 8th I.C.C.C., Principal Report.1, 249-280, (1986).
- (3) R. Sersale. Calcestruzzi durabili per opere a mare. Atti 2° Convegno Ass. Ing. Off-shore e Marina ,511-522. Napoli (1989).
- (4) R. Sersale. Blended Cements. In Progress in Cement and Concrete. Cement and Concrete Science and Technology. I, Part 1, 314-345. S. N. Ghosh Ed. New Dehli (1991).
- (5) R. Sersale, G. Frigione. Influenza delle aggiunte attive sull'alcali reazione e sulla resistenza a compressione del risultante cemento. Rend. Acc.Sc.Fis.Mat., Napoli 56, 61-69 (1989).
- (6) S.P. Pandey, R.L. Sharma. Mineral additions in ordinary Portland cement. Advances in Cem. Technology. Second Ed.S.N. Ghosh Ed. Tech. Books Int., 245-292. New Dehli (2002).
- (7) R. Sersale, G. Frigione. Portland and Blast-furnace slag cements: a comparative investigation. Proc. 2nd Int. Symp. Cement Concrete. Nanjing Inst. Chem. Techn. Printing House, II, 280-287. Beijing (1989).
- (8) R. Sersale, P. Giordano Orsini. Idratazione e trasformazione della loppa d'alto forno per contatto con soluzione d'idrossido di calcio. Atti Acc. Sc. Fis. Mat., Napoli, III, 3, 9- (1960).

- (9) R. Sersale. Aspects of the chemistry of additions. In *Advances in Cem. Technology*, Second Ed. S.N. Ghosh Ed., Techn. Books Int, 507-558 (2002).
- (10) G. Malquori, R. Sersale, E. Gregorio, Il rilevamento del valore idraulico della loppa d'alto forno. *Ind. Ital. Cemento*, 21, 10-11, 232-237; 256-268, Roma (1951).
- (11) R. Sersale, V. Amicarelli, G. Frigione, P. Ubbriaco. Characterization and potential uses of steel slag. *Silicates Ind.* 51, 11-12, 163-170 (1986).
- (12) R. Sersale. Structure et caractérisation des pouzzolanes et des cendres volantes. 7è Congr. Int. Chimie Ciments, I,IV-1/3 - IV 1/21 (1980).
- (13) R. Sersale. Ricerche sperimentali sulla costituzione, sulla genesi e sul comportamento chimico dei tufi vulcanici. *Rendiconti 17° Congr. Soc. Mineralogica It. Pavia* (1961).
- (14) R. Sersale, R. Aiello. Genesi, costituzione e reattività del trass renano. *Atti Acc.Sc. Fis. Mat., Napoli*, V, 1, 3 (1965).
- (15) G. Malquori, R. Sersale. Analogie costituzionali fra il trass renano ed il tufo giallo napoletano. *L'Ind. Ital. Cemento*, 29, 5, 115-121, Roma (1959).
- (16) R. Sersale, C. Colella, R. Aiello. Genesis, occurrence and properties of zeolitic tuffs. *Rend. Soc. Ital. Mineral. Petrogr.*, 29, 439 (1973).
- (17) R. Sersale, G. Frigione. Natural zeolites as constituents of blended cements. *La Chimica e l'Ind.* 67, 4, 177-180 (1985).
- (18) R. Sersale, G. Frigione. Blended cements: an effective utilization of natural zeolites. *Rend. Acc. Sc. Fis. Mat., Napoli*, in "The volcanoclastic rocks of Campania" Special Issue, 307-315 (1987).
- (19) R. Sersale, G.L. Valenti, R. Cioffi. Production and utilization of fly ash in Italy. *CANMET/ACI Int. Conf. Ed. Malhotra, I, Amer. Concr. Inst.*, 741-762 (1986).
- (20) R. Sersale, Il metacaolino eccellente "pozzolana" e materia prima per la produzione di nuovi materiali cementanti. *Rend. Acc. Sc. Fis. Mat., Napoli*, 69, 27-36 (2002).
- (21) R. Sersale. Sostituzione parziale di cemento Portland con prodotti supplementari di seconda generazione. Nota I. Malte e calcestruzzi con addizione di fumo di silice condensato. *Rend. Acc. Sc. Fis. Mat., Napoli*, 67, 101-109 (2000).
- (22) R. Sersale. Sostituzione parziale di cemento Portland con prodotti supplementari di seconda generazione. Nota II. Malte e calcestruzzi con addizione di ceneri di pula di riso. *Rend. Acc. Sc. Fis. Mat., Napoli*, 67, 143-147 (2000).
- (23) R. Sersale. Sostituzione parziale di cemento Portland con prodotti supplementari di seconda generazione. Nota III. Malte e calcestruzzi addizionati di filler calcareo. *Rend. Acc. Sc. Fis. Mat., Napoli*, 67, 149-155 (2000).
- (24) Mehta P.K. Pozzolanic and cementitious by-products for use in concrete . Another look. *ACI SP-114 - I, I* (1989).
- (25) R. Sersale. *Advances in Portland and Blended Cements 9th Int. Congr. Chem. Cement*, I, 261-302. New Dehli (1992).

- (26) Consiglio Nazionale delle Ricerche. Commissione di Studio per le Norme sul Cemento, Cemento Armato, Cemento Armato Precompresso, Leganti Idraulici e Laterizi. Guida all'Impiego dei Cementi. Roma (1996).
- (27) R. Sersale, R. Cioffi, G. Frigione, F. Zenone. Relationship between gypsum content, porosity and strength in cement. I. Effect of SO₃ content on the physical microstructure of Portland cement mortars. *Cement Concrete Res.*, 21, 120-126 (1991).
- (28) Von Euv M. Ciments contenant des addition minerales. 8th Int. Congr. Chem. Cement, VI, 170-177 (1986).
- (29) V. S. Ramachandran. Cement with calcium carbonate additions. 8 th I.C.C.C. VI, 178-182 (1986).
- (30) C.E.S. Tango, M.C. Florindo, V. C. Campitelli. Models for the development of strength and porosity with time in cements with and without carbonate additions. A quantitative durability evaluation. 9th I. C.C.C.,V, 226-232. New Dehli (1992).
- (31) R. Sersale, G. Frigione. Durability of blastfurnace slag-based cementing materials. 11 th I. C.C.C Durban (2003) (in corso di stampa).
- (32) R. Sersale, G.Frigione. The action of some aggressive solutions on Portland, pozzolanic and blastfurnace slag cement mortars. *Cement Concrete Res.* 19, 885-893 (1989).

Aa Note on the nonlinear pointwise stability for the equation $u_t = \Delta F(u)$ in the exterior of a sphere

Nota di I. Torricollo^{1*}, M. Vitiello²

Presentata dal Socio Prof. S. Rionero
(Adunanza del 5 dicembre 2003)

Abstract - A pointwise stability result for the equation $u_t = \Delta F(u)$ in the exterior of a sphere is obtained, in the class of perturbations which a-priori are allowed to grow at least polynomially at large spatial distances.

Riassunto - È stato ottenuto un risultato di stabilità puntuale per l'equazione $u_t = \Delta F(u)$ nell'esterno di una sfera, nella classe delle perturbazioni che a-priori possono crescere polinomialmente al crescere delle distanze spaziali.

1 - Introduction

Let $\Omega_0 \subset R^3$ be the sphere of radius r_0 centered at the origin O of R^3 , Ω the exterior of Ω_0 and u a scalar valued function from Ω to R , and let us consider the initial boundary value problem

$$\begin{cases} u_t = \Delta F(u) & (\mathbf{x}, t) \in \Omega \times R^+ \\ u(\mathbf{x}, t_0) = u_0(\mathbf{x}) & \mathbf{x} \in \Omega \\ u(\mathbf{x}, t) = u_1 = \text{const.} > 0 & \mathbf{x} \in \partial\Omega, t \in R^+ \end{cases} \quad (1)$$

with $F \in C^2(R)$ and $u_0 \in C(\overline{\Omega})$.

¹Istituto per le Applicazioni del Calcolo "M.Picone", C.N.R., Napoli, (e-mail: i.torricollo@iac.cnr.it).

²Politecnico di Bari, II Facoltà di Ingegneria, Taranto, (e-mail: vitiello@dm.uniba.it).

In a previous paper [1], we studied the stability of the steady solutions U to the problem (1), that is the stability of the solutions of the boundary value problem

$$\begin{cases} \Delta F(U) = 0 & \mathbf{x} \in \Omega \\ U = u_1 & \mathbf{x} \in \partial\Omega. \end{cases} \quad (2)$$

Precisely we obtained conditions ensuring the stability of the steady solutions with respect to the weighted L^2 -norm, choosing as weight the function $e^{-\alpha r}$ with α positive constant.

The interest of this question arises on the fact that problem (2), generally exhibits loss of uniqueness and admits solutions growing at large spatial distances, or not belonging to $L^2(\Omega)$. In fact, setting $F_1 = F(u_1)$ the problem

$$\begin{cases} \Delta F = 0 \\ F = F_1 \end{cases} \quad (3)$$

admits the solutions ³

$$F = F_1 + \mu \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right) \quad (4)$$

where $\mu \in \mathbb{R}$ is a constant, $r > r_0$. When $F(u)$ is invertible, denoting by $u = \varphi(F)$ the inverse of $F = F(u)$, it follows that (2) admits the infinite solutions

$$U = \varphi \left[F_1 + \mu \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right) \right], \quad \mu \in \mathbb{R}. \quad (5)$$

Then the problem of obtaining the stability of the steady states with respect to perturbations, a priori, not belonging to $L^2(\Omega)$ or growing at large spatial distances, arises. We considered this question in [1], where a condition of stability in the weighted L^2 -norm has been obtained. In the present Note, we reconsider the problem, in order to obtain conditions guaranteeing the pointwise stability. The plan of the paper is the following. Section 2 is devoted to some preliminaries, while, in Section 3, we obtain a pointwise stability result. Finally, the paper ends (Section 4) with a remark on the role of the initial data of the perturbations.

2 – Preliminaries

Setting

$$v = u - U,$$

and

$$L(U, v) = F(U + v) - F(U), \quad (6)$$

³Let us notice that for many domains and for many types of boundary data, explicit solutions of the problem at the hand can be found in [2].

then, from (1)-(2), it turns out that

$$\begin{cases} v_t = \Delta L & (\mathbf{x}, t) \in \Omega \times \mathbb{R}^+ \\ v(\mathbf{x}, t_0) = v_0 & \mathbf{x} \in \Omega \\ v = 0 & \mathbf{x} \in \partial\Omega. \end{cases} \quad (7)$$

Introducing the functional

$$V_n = \int_{\Omega} g G_n(U, v) d\Omega, \quad n \in N_0 \quad (n \text{ non negative integer}) \quad (8)$$

where

$$\begin{cases} G_n(U, v) = \int_0^v L^{2n+1}(U, \bar{v}) d\bar{v} \\ g = e^{-\alpha r} \quad (\alpha > 0) \end{cases} \quad (9)$$

and assuming

$$\begin{cases} \lim_{r \rightarrow \infty} g[L^{2n+1}|\nabla L| + L^{2(n+1)}] = 0 \\ m < F'(u) < m^*, \quad m, m^* = \text{positive constants} \end{cases} \quad (10)$$

it follows that, along the solutions of (7), one obtains [1]

$$\dot{V}_n(t) \leq \frac{1}{2(n+1)} \int_{\Omega} \Delta g L^{2(n+1)} d\Omega - \frac{(2n+1)}{(n+1)^2} \int_{\Omega} g (\nabla L^{n+1})^2 d\Omega. \quad (11)$$

We will denote by H_n the class of perturbations v such that (10) holds. We remark that, because of (9)₂, the (10)₁ is verified if

$$\begin{cases} |F(u)| + |F'(u)| \leq c_1 |u|^{q_1}, \quad \forall u \in \mathbb{R} \\ |u| + |\nabla u| \leq c_2 |\mathbf{x}|^{q_2} \end{cases} \quad (12)$$

with $c_i, q_i =$ positive constants ($i=1,2$). Then, it turns out that, for each n , there exist two positive constants \bar{c}_n and \bar{q}_n such that

$$L^{2n+1}|\nabla L| + L^{2(n+1)} \leq \bar{c}_n |\mathbf{x}|^{\bar{q}_n}. \quad (13)$$

It has been shown in [1] that the following theorems hold.

Theorem 0.0.1 - In the class of perturbations $v \in H_0$ such that $v_0 \in L^2(\Omega)$, U is the asymptotic state of any solution of (1) in the weighted L^2 -norm, with weight $g = e^{-\alpha r}$.

Theorem 0.0.2 - In the class of perturbations $v \in H_n$ such that $v_0^{2(n+1)} \in L^1(\Omega)$ it follows that

$$\mathcal{M}_n(t) + \frac{(2n+1)}{(n+1)^2} \int_{t_0}^t d\tau \int_{\Omega} (\nabla L^{n+1})^2 d\Omega \leq \mathcal{M}_n(t_0),$$

where $\mathcal{M}_n(t) = \int_{\Omega} G_n(U, v) d\Omega$.

The steady state U is stable in the pointwise norm according to

$$\text{ess sup } |v(x, t)| \leq \frac{1}{m^2} \sup |L(v_0)|, \quad \forall t \geq t_0. \tag{14}$$

Remark 0.0.1 - Concerning the initial value $\mathcal{M}_n(t_0)$ of $\mathcal{M}_n(t)$ let us remark that

$$\mathcal{M}_n(t_0) = \int_{\Omega} \int_0^{v_0} L^{2n+1} dv d\Omega \leq \frac{(m^*)^{2n+1}}{2(n+1)} \int_{\Omega} v_0^{2(n+1)} d\Omega.$$

3 – A pointwise stability result

The condition $(10)_2$ has been used in a crucial way in order to establish the stability theorems 2.1-2.2.

It is interesting to notice that such condition can be replaced by the weaker assumption

$$2m \leq F'(U) \leq m_1 \quad m, m_1 = \text{positive constants},$$

as shown in the following theorem 3.1.

Theorem 0.0.3 - Let $F \in C^2(\mathbb{R})$, and $v \in H_n$ such that $v_0^{2(n+1)} \in L^1(\Omega)$. Let

$$\begin{cases} U_1 = \inf_{\Omega} U(x) > -\infty \\ U_2 = \sup_{\Omega} U(x) < \infty \\ m_1 \geq F'(U(x)) > 2m \text{ a.e. in } \Omega \quad (m, m_1 = \text{positive constants}). \end{cases} \tag{15}$$

Then U is stable in the pointwise norm.

Proof. We begin by noting that, following the procedure used in [3]-[5], F' is uniformly continuous on any subset $[a, b]$ with $\{a = \text{const.} > U_1, b = \text{const.} < U_2\}$ and hence

$$\forall \eta > 0, \exists \epsilon(\eta) > 0 : |U'' - U'| < \epsilon$$

implies

$$F'(U') - \eta \leq F'(U'') \leq F'(U') + \eta; \quad U', U'' \in [a, b]. \tag{16}$$

Then, choosing

$$U' = U(x), \quad m = \eta$$

and setting

$$U'' = U' + v$$

from (16) it turns out that there exists a positive constant ϵ such that

$$|v| < \epsilon \Rightarrow m \leq F'[U(x) + v] \leq \tilde{m} \quad \tilde{m} = m + m_1. \tag{17}$$

Assuming, by contradiction, that U is unstable in the pointwise norm, there exists a $v(x, t)$ and a $\bar{t} > t_0$ such that

$$\begin{cases} \sup_{\Omega} |v(x, t_0)| < \frac{\epsilon}{2} \\ \sup_{\Omega} |v(x, \bar{t})| = \epsilon \\ \sup_{\Omega} |v(x, t)| < \epsilon, \quad t \in [t_0, \bar{t}]. \end{cases} \tag{18}$$

Now, on taking into account that (17) holds, in view of (11) and (18)₁, it follows that

$$\sup_{\Omega} |v(x, t)| \leq \sup_{\Omega} |v(x, t_0)| \leq \frac{\epsilon}{2} \quad \forall t \in [t_0, \bar{t}]$$

and hence

$$\sup_{\Omega} |v(x, \bar{t})| = \limsup_{t \rightarrow \bar{t}} \sup_{\Omega} |v(x, t)| \leq \frac{\epsilon}{2}$$

which is in contradiction with (18)₂.

4 – A Remark on the role of perturbations

It is interesting to notice that, theorem 3.1 works as a selection criterion in the set of the steady states. Precisely, between two steady states verifying (15)₃, the initial data of the perturbations select the state which is stable in the given class of perturbations. Let us assume that

$$\bar{U} = \varphi(\bar{F})$$

with \bar{F} a solution of (3), is stable and let us denote by

$$U = \varphi \left(\bar{F} + \mu \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right) \right) \tag{19}$$

another solution.

We have

$$U = \bar{U} + \frac{d\varphi}{dF} \Big|_{\bar{F} + \theta \mu \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)} \mu \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right), \quad \theta \in]0, 1[$$

and hence

$$\begin{cases} u = \bar{U} + \frac{d\varphi}{dF} \Big|_{\bar{F} + \theta \mu \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)} \mu \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right) + v = \bar{U} + v_1 \\ v_1 = v + \frac{d\varphi}{dF} \Big|_{\bar{F} + \theta \mu \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)} \mu \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right). \end{cases} \tag{20}$$

Then

$$G_n(U, v) = G_n(\bar{U}, v_1) = \int_0^{v_1} L^{2n+1}(\bar{U}, \bar{v}) d\bar{v} =$$

$$= \int_0^v L^{2n+1}(\bar{U}, \bar{v})d\bar{v} + \int_v^{v_1} L^{2n+1}(\bar{U}, \bar{v})d\bar{v}.$$

By using the properties [6]-[7]

$$G_n < vL^{2n+1}, \tag{21}$$

$$mG_n < L^{2n+2} < 2(n+1)m^*G_n, \tag{22}$$

$$G_n \geq \frac{m^{2n+1}}{2(n+1)}v^{2(n+1)}, \tag{23}$$

for $v > 0$ it follows that

$$\int_v^{v_1} L^{2n+1}(\bar{U}, \bar{v})d\bar{v} \geq \frac{m^{2n+1}}{2(n+1)}[v_1^{2n+2} - v^{2n+2}] \geq m^{2n+1} \left| \frac{d\varphi}{dF} \right|_{\bar{F}+\theta\mu(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_0})}^{2(n+1)} \mu^{2(n+1)} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)^{2(n+1)}.$$

Since $\left| \frac{d\varphi}{dF} \right| > \frac{1}{m_1}$, the last relation gives

$$\int_v^{v_1} L^{2n+1}(\bar{U}, \bar{v})d\bar{v} \geq \left(\frac{m}{m_1} \right)^{2n+1} \mu^{2(n+1)} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)^{2(n+1)}. \tag{24}$$

Now, if $G_n(\bar{U}, v_0) \in L^1(\Omega)$, theorem 2.2 guarantees the pointwise stability of \bar{U} . But, from (24) it follows that $G_n(U, v) \notin L^1(\Omega)$. Then, theorem 2.2 can not be applied to U . Then, if the solution \bar{U} to the steady problem is stable, any other solution U can not be stable according to the theorem 2.2.

Remark 0.0.2 - *It is interesting to remark that*

$$v_0 \in L^{2(n+1)}(\Omega) \Rightarrow \exists t_0(v) : v_0 = [v(t)]_{t=t_0} \Rightarrow G_n(\bar{U}, v_0) \in L^1(\Omega). \tag{25}$$

Acknowledgements - This work has been performed under the auspices of the G.N.F.M. of I.N.D.A.M. and M.I.U.R. (PRIN): “Nonlinear mathematical problems of waves propagation and stability in continuous media”. The Authors thank gratefully Prof. Salvatore Rionero for having proposed the present research and his helpful suggestions.

Bibliography

- [1] I. Torcicollo, M. Vitiello, *On the nonlinear diffusion in the exterior of a sphere*, Rend. Acc. Sci. Fis. Mat. Napoli, LXVIII, 139-146, (2001).
- [2] H. S. Carslaw and S. C. Jaeger, *Conduction of Heat in Solids*, 2nd ed., Clarendon, Oxford, (1959).
- [3] J. N. Flavin and S. Rionero, *Stability Properties for Nonlinear Diffusion in Porous and other Media*, J. Math. Analysis Appl., 281, 222-232, (2003).
- [4] S. Rionero, *Asymptotic properties of solutions to nonlinear possibly degenerated parabolic equations in unbounded domains*, Math. and Mech. of Solids, (2003).
- [5] S. Rionero, F. Perrini, *On the nonlinear diffusion problem in the half space*, Rend. Acc. Sci. Fis. Mat. Napoli, LXIX, (2002).
- [6] J. N. Flavin and S. Rionero, *Asymptotic and other properties of a nonlinear diffusion model*, J. Math. Analysis. Appl. 228, 119-140, (1998).
- [7] S. Rionero, *Asymptotic and other properties of some nonlinear diffusion models*, Cont. Mech. Appl. in Geophysics and the Environment, Eds. B. Straughan, R. Greve, H. Ehrentraut, Y. Wang. Springer, pp. 56 - 78 (2001).
- [8] J. N. Flavin and S. Rionero, *Qualitative Estimates for Partial Differential Equation, An Introduction*, CRC Press, Boca Raton, FL, (1995).
- [9] G. P. Galdi and S. Rionero, *Weighted energy methods in fluid dynamics and elasticity*, Lectures Notes in Math., 1134, Springer-Verlag, (1985).
- [10] S. Rionero, G. P. Galdi, *Global solution of a system of linear parabolic equations and related problems of mathematical physics*, Ricerche Mat VXXX, 85, (1981).
- [11] R. Russo, P. Maremonti, *On asymptotic time decay of solutions to a parabolic equation in unbounded domains*, Ricerche Mat., 41, 311, (1992).

On the motion of a rigid body in a Stokes fluid

Nota di Carlo Bortone*, Giulio Starita†

Presentata dal Socio Remigio Russo
(Adunanza del 5 dicembre 2003)

Abstract

The motion of a rigid particle in a Stokes fluid is considered under the natural adherence boundary condition. In particular, it is showed that the resistance exerted by the fluid on a prolate ellipsoid has a minimum when the major axis is approximatively twice the minor one.

1 Introduction

In recent papers ([10], [13], [14]) we studied some value boundary problems for the Stokes system in the framework of the theory of the hydrodynamical potentials. This theory, introduced by Odqvist ([12]; see also [6]), represents a natural extension of the classical theory of newtonian potentials for Laplace and Poisson equations. It allows to reduce the existence questions for the boundary value problems to the analysis of an integral equation. If the boundary is sufficiently smooth, this analysis constitutes an application of the classical Fredholm theory (see, for instance, [8]) which is based on the study of the properties of the kernel V^* of a suitable integral operator. By this way, we are able to give an integral representation of the solutions of the boundary problems, as the sum of a single layer and a double layer potentials.

This paper starts from the above quoted results (briefly sketched in sec. 2, where we propose a new simple proof of the existence of a classical solution for the Dirichlet problem), with the purpose of developing some of their consequences concerning the motion of rigid particles in a viscous fluid (we refer to [4] and [2]). Section 3 is devoted to the study of the perturbations of a flow of a viscous fluid due to the motion of a rigid particle. In particular, we are interested in finding the expressions of the force and torque that the fluid

*carlo.bortone@unile.it

†giulio.starita@unina2.it

exerts on the particle. We show that they are linear functions of two suitable vectors (characterized by the relative motion of the particle with respect to the fluid) through three tensors which solely depend on the shape of the particle.

Those tensors can be explicitly evaluated, provided that we know the form of the functions belonging to \mathcal{V}^* . This is certainly true for particles of spherical or ellipsoidal shape. In the first case (sec. 4), we determine the Stokes and Faxén formulas. Moreover, we give the exact solution to a particular boundary value problem. This solution can be used in the derivation of the Einstein formula for the viscosity of a dilute suspension of spherical particles.

As far as the ellipsoidal particles are concerned (sec. 5), we limit ourselves to the case in which they have a symmetry axis (spheroids). We find the expressions of the main resistances (see [1]) usually obtained starting from the classical analytical results on the stokesian flows past an ellipsoid ([11], [5], [7]). Once the expression of the main resistances is known, it is natural to inquire how they change with the dimensions of particle under some geometrical constraints (*e. g.*, fixed volume). This analysis is carried out in section 6, where we show that the extreme properties of the resistances cannot be related to the symmetry of the particle. Indeed, we find that the main resistance of a spheroid moving in the direction of its symmetry axis takes the minimum when the major axis is nearly twice the minor one.

2 The Stokes system and the hydrodynamical potentials

The stationary motions of an incompressible fluid with viscosity μ at low Reynolds number and in the absence of body forces in the exterior of Ω are the solutions (\mathbf{u}, p) to the homogeneous *Stokes system*

$$\begin{aligned}\mu\Delta\mathbf{u} &= \nabla p, \\ \operatorname{div}\mathbf{u} &= 0,\end{aligned}\tag{2.1}$$

where \mathbf{u} is the *kinetic field* and p the *pressure field*. To a pair (\mathbf{u}, p) we associate the *stress tensor*

$$\mathbf{T}[\mathbf{u}, p] = -p\mathbf{1} + 2\mu\hat{\nabla}\mathbf{u},\tag{2.2}$$

where $\mathbf{1}$ is the unit tensor and

$$\hat{\nabla}\mathbf{u} = \frac{1}{2}[\nabla\mathbf{u} + (\nabla\mathbf{u})^T]$$

is the symmetric part of the velocity gradient. It is to be noticed that (2.1) trivially implies

$$\operatorname{div} \mathbf{T}[\mathbf{u}, p] = \mathbf{0}. \quad (2.3)$$

Let \mathcal{E} be the three-dimensional euclidean point space and denote by Ω a bounded domain (open, connected set) of \mathcal{E} having a connected boundary of class $C^{1,\alpha}$ ($\alpha \in (0, 1]$) and by \mathbf{n} the outward unit normal to $\partial\Omega$. We are interested in studying the Stokes problem in the *exterior domain* $\Omega^{(e)}$. As is well known, the aim is to determine an analytic solution to system (2.1) in $\Omega^{(e)}$ which vanishes at infinity and satisfies the boundary condition

$$\mathbf{u}|_{\partial\Omega} = \mathbf{a}. \quad (2.4)$$

In connection with these problems, it is useful to introduce a notation that will be helpful in the sequel. To this end, let f be a (scalar, vector, tensor) field defined in $\mathcal{E} \setminus \partial\Omega$ and consider the restrictions $f|_{\Omega}$ and $f|_{\Omega^e}$ of f to Ω and Ω^e respectively; assume that both these functions have a limit (at least almost everywhere) on $\partial\Omega$. Then, we will denote by $f^{(i)}$ e $f^{(e)}$ the extension of $f|_{\Omega}$ and $f|_{\Omega^e}$ to $\bar{\Omega}$ and $\mathcal{E} \setminus \bar{\Omega}$, respectively. In particular, if (\mathbf{u}, p) is a solution to system (2.1), we set

$$\mathbf{t}[\mathbf{u}, p] = (\mathbf{T}[\mathbf{u}, p])|_{\partial\Omega} \mathbf{n}$$

and

$$\mathbf{t}^{(e)}[\mathbf{u}, p] = -(\mathbf{T}[\mathbf{u}, p])|_{\partial\Omega}^{(e)} \mathbf{n}, \quad \mathbf{t}^{(i)}[\mathbf{u}, p] = -(\mathbf{T}[\mathbf{u}, p])|_{\partial\Omega}^{(i)} \mathbf{n}.$$

provided both limits exist.

For the sake of completeness, we recall some well-known results about the hydrodynamical potentials. The simple layer potential with density $\psi \in L^1(\partial\Omega)$ is the pair defined by

$$\begin{aligned} v[\psi](x) &= \frac{1}{8\pi\mu} \int_{\partial\Omega} \left(\frac{1}{|x-\zeta|} + \frac{(x-\zeta) \otimes (x-\zeta)}{|x-\zeta|^3} \right) \psi(\zeta) da, \\ P[\psi](x) &= \frac{1}{4\pi} \int_{\partial\Omega} \frac{x-\zeta}{|x-\zeta|^3} \cdot \psi(\zeta) da. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Similarly, the double layer potential with density $\varphi \in L^1(\partial\Omega)$ is the pair

$$\begin{aligned} w[\varphi](x) &= -\frac{3}{4\pi} \int_{\partial\Omega} \frac{(x-\zeta) \otimes (x-\zeta) \otimes (x-\zeta)}{|x-\zeta|^5} \mathbf{n}(\zeta) \varphi(\zeta) da, \\ \varpi[\varphi](x) &= \frac{\mu}{2\pi} \operatorname{div} \left(\int_{\partial\Omega} \frac{x-\zeta}{|x-\zeta|^3} \cdot \varphi(\zeta) \mathbf{n}(\zeta) da \right). \end{aligned} \quad (2.6)$$

The simple layer potential and the double layer potential are analytic solutions to the Stokes system in Ω and in $\Omega^{(e)}$.

The smoothness hypothesis we made on $\partial\Omega$ are sufficient to see the kinetic field of the simple layer potential is continuous across the surface $\partial\Omega$. The same property holds for the specific force for unit surface associated to the double layer potential, *i. e.*

$$\mathbf{t}^{(e)}[\mathbf{w}[\boldsymbol{\psi}], \boldsymbol{\varpi}[\boldsymbol{\psi}]]|_{\partial\Omega} = \mathbf{t}^{(i)}[\mathbf{w}[\boldsymbol{\psi}], \boldsymbol{\varpi}[\boldsymbol{\psi}]]|_{\partial\Omega}. \quad (2.7)$$

Moreover, the integral (2.6)₁ exists everywhere on $\partial\Omega$ and defines a linear and continuous map

$$\mathcal{K}[\boldsymbol{\varphi}] = \mathbf{w}[\boldsymbol{\varphi}]|_{\partial\Omega}$$

from $L^q(\partial\Omega)$ into $L^r(\partial\Omega)$, with $r \leq 2q/(2 - \alpha q)^1$, and from $L^q(\partial\Omega)$ into $C^{0,\mu}$, with $q > 2/\alpha$. Hence it follows that \mathcal{K} is compact from $L^q(\partial\Omega)$ into itself for $q > 2$. Moreover, the following jump conditions are classical

$$\begin{aligned} \mathbf{w}^{(i)}[\boldsymbol{\varphi}]|_{\partial\Omega} &= \frac{1}{2}\boldsymbol{\varphi} + \mathcal{K}[\boldsymbol{\varphi}], \\ \mathbf{w}^{(e)}[\boldsymbol{\varphi}]|_{\partial\Omega} &= -\frac{1}{2}\boldsymbol{\varphi} + \mathcal{K}[\boldsymbol{\varphi}]. \end{aligned} \quad (2.8)$$

As far as the simple layer potential is concerned, it is well-known that if $\boldsymbol{\psi} \in L^q(\partial\Omega)$, $q \geq 1$, then

$$\mathbf{v}[\boldsymbol{\psi}] \in \begin{cases} L^r(\partial\Omega), & r \leq 2q/(2 - q), \quad q \in [1, 2], \\ C^{0,\mu}(\mathcal{E}), & \mu < 1 - 2/q, \quad q > 2. \end{cases}$$

Let us denote by \mathcal{K}^* the adjoint map of \mathcal{K} ; it is easily seen that

$$\mathcal{K}^*[\boldsymbol{\psi}] = -\mathbf{t}[\mathbf{v}[\boldsymbol{\psi}], P[\boldsymbol{\psi}]]|_{\partial\Omega}.$$

Moreover, the following jump conditions hold:

$$\begin{aligned} \mathbf{t}^{(i)}[\mathbf{v}[\boldsymbol{\psi}], P[\boldsymbol{\psi}]] &= \frac{1}{2}\boldsymbol{\psi} - \mathcal{K}^*[\boldsymbol{\psi}], \\ \mathbf{t}^{(e)}[\mathbf{v}[\boldsymbol{\psi}], P[\boldsymbol{\psi}]] &= -\frac{1}{2}\boldsymbol{\psi} - \mathcal{K}^*[\boldsymbol{\psi}]. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Of course, from (2.9) it easily follows that the jump of the specific force on $\partial\Omega$ is given by

$$\mathbf{t}^{(e)}[\mathbf{v}[\boldsymbol{\psi}], P[\boldsymbol{\psi}]] - \mathbf{t}^{(i)}[\mathbf{v}[\boldsymbol{\psi}], P[\boldsymbol{\psi}]] = -\boldsymbol{\psi}. \quad (2.10)$$

¹The equality holds only for $q > 1$.

On the ground of previous results, we are led to look for the solutions of the boundary value problems associated to Stokes system in the form of hydrodynamical potentials. In particular, to find a solution for the Dirichlet (inner or exterior) problem in the form of a single layer potential, we have to determine a density ψ such that

$$v[\psi] = a. \quad (2.11)$$

Similarly, if we search for a solution to the Dirichlet problem in the form of a double layer potential, we must solve the integral equation

$$-\frac{1}{2}\varphi + \mathcal{K}[\varphi] = a. \quad (2.12)$$

Since, as we previously observed, \mathcal{K} is compact from $L^q(\partial\Omega)$ into itself for $q > 2$, equation (2.12) is of Fredholm type so that in order to establish its solvability we have to study the homogeneous equation

$$-\frac{1}{2}\psi + \mathcal{K}[\psi] = 0 \quad (2.13)$$

and its adjoint

$$-\frac{1}{2}\varphi + \mathcal{K}^*[\varphi] \quad (2.14)$$

The sets of solutions of equations (2.13) and (2.14) are strictly related to the set of the rigid motions of $\bar{\Omega}$, which will be denoted by \mathfrak{R} , whose generic element can be expressed in the form

$$u(x) = \tau + \omega \times (x - o), \quad x \in \bar{\Omega}$$

where τ and ω are arbitrary vectors and o is any point of \mathcal{E} . In the sequel we shall assume $o \in \Omega$. Clearly, \mathfrak{R} is the linear space of dimension six spanned by the functions

$$\theta_i(x) = e_i, \quad \rho_i(x) = e_i \times (x - o) \quad x \in \bar{\Omega}, \quad i \in \{1, 2, 3\},$$

where $\{e_1, e_2, e_3\}$ is any orthonormal system of vectors.

The structure of the sets of the solutions of equations (2.13) and (2.14) is characterized by the following proposition, for which we refer to [6] or [10] (Lemma 3.2).

Lemma 2.1. *The sets \mathcal{V} and \mathcal{V}^* of the solutions of equations (2.13)₁ and (2.14)₁, respectively, are linear spaces of dimension six. A density φ belongs to \mathcal{V} if and only if it is a restriction to $\partial\Omega$ of a function of \mathfrak{R} . A density ψ belongs to \mathcal{V}^* if and only if $v[\psi]|_{\bar{\Omega}} \in \mathfrak{R}$.*

In virtue of this Lemma, \mathcal{V}^* is the linear space spanned by the system of functions $\{\alpha_i, \beta_i\}_{i \in \{1,2,3\}}$ such that

$$\mathbf{v}^{(i)}[\alpha_i] = \boldsymbol{\theta}_i, \quad \mathbf{v}^{(i)}[\beta_i] = \boldsymbol{\rho}_i. \quad (2.15)$$

We are now in the position to state the main result about the existence and uniqueness of the solution to the Dirichlet problem in an exterior domain. The proof of this theorem, in a more general situation, can be founded in [10], Theorem 6.1.

Theorem 2.1. *Let $\mathbf{a} \in C(\partial\Omega)$. Then, system (2.1), (2.4) admits a unique classical solution (\mathbf{u}, p) in $\Omega^{(i)}$ which vanishes at infinity. Such solution is expressed by the pair*

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \mathbf{w}[\varphi] + \mathbf{v}[\boldsymbol{\psi}], \\ p &= \varpi[\varphi] + P[\boldsymbol{\psi}] \end{aligned} \quad (2.16)$$

where $\varphi \in C(\partial\Omega)$ is defined up to an element of \mathcal{V} and $\boldsymbol{\psi}$ is an element of \mathcal{V}^* uniquely determined by the six independent conditions

$$\begin{aligned} \int_{\partial\Omega} (\mathbf{a} - \mathbf{v}[\boldsymbol{\psi}]) \cdot \boldsymbol{\alpha}_i \, da &= 0, \\ \int_{\partial\Omega} (\mathbf{a} - \mathbf{v}[\boldsymbol{\psi}]) \cdot \boldsymbol{\beta}_i \, da &= 0, \end{aligned} \quad i \in \{1, 2, 3\}. \quad (2.17)$$

We want now to show that the solution in the above theorem can be expressed as a sum of a simple and a double layer potential whose trace boundary operator has no eigenvalues. Indeed, the following theorems holds

Theorem 2.2. *Let $\mathbf{a} \in C(\partial\Omega)$. Then, the solution to system (2.1), (2.4) vanishing at infinity is expressed by the pair,*

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \mathbf{w}[\varphi] - \mathbf{v}[\varphi], \\ p &= \varpi[\varphi] - P[\varphi] \end{aligned} \quad (2.18)$$

with φ uniquely determined in $C(\partial\Omega)$.

PROOF - Looking for a solution of system (2.1), (2.4) in the form (2.18), we are led to solve the Fredholm integral equation

$$\left(-\frac{1}{2}\mathcal{I} + \mathcal{K} - \mathbf{v}\right)[\varphi] = \mathbf{a}. \quad (2.19)$$

The adjoint homogeneous equation associated to (2.19) is

$$\left(-\frac{1}{2}\mathcal{I} + \mathcal{K}^* - \mathbf{v}\right)[\boldsymbol{\psi}] = \mathbf{0}. \quad (2.20)$$

Let $\boldsymbol{\psi}$ be a solution of equation (2.20), then the simple layer potential $(\mathbf{v}[\boldsymbol{\varphi}], P[\boldsymbol{\varphi}])$ is a solution in $\Omega^{(i)}$ which by (2.9) satisfies the boundary condition

$$\mathbf{v}[\boldsymbol{\psi}] + \mathbf{t}^{(i)}[\mathbf{v}[\boldsymbol{\psi}], P[\boldsymbol{\psi}]] = \mathbf{0}.$$

Therefore, an integration by parts yields

$$2\mu \int_{\Omega} (\hat{\nabla} \mathbf{v}[\boldsymbol{\psi}])^2 \, dv + \int_{\partial\Omega} (\mathbf{v}[\boldsymbol{\psi}])^2 \, da = 0.$$

hence it follows that $\mathbf{v}[\boldsymbol{\psi}] = \mathbf{0}$ and $P[\boldsymbol{\psi}] = 0$ in Ω . Since this obviously implies that $\mathbf{v}[\boldsymbol{\psi}] = \mathbf{0}$ and $P[\boldsymbol{\psi}] = 0$ in $\Omega^{(e)}$ too, taking into account (2.10) we see that $\boldsymbol{\psi} = \mathbf{0}$ so that $\text{Kern}(-\frac{1}{2}\mathcal{I} + \mathcal{K}^* - \mathbf{v}) = \{\mathbf{0}\}$. Then, by Fredholm theory we conclude that (2.19) admits a unique solution in $C(\partial\Omega)$. \square

3 Force and torque on a rigid body in slow motion in a viscous fluid

The stationary, slow motion of an incompressible viscous fluid filling the whole space is described by a kinetic field \mathbf{u}_0 and a pressure field p_0 which are a solution to the Stokes system (2.1) in \mathcal{E} . The introduction of a rigid particle in the fluid causes a perturbation of the basic motion (\mathbf{u}_0, p_0) . The new values (\mathbf{u}, p) of the kinetic and pressure fields must be determined as a solution of the Stokes system (2.1) in Ω^e , where Ω denotes the domain occupied by the particle. Obviously, the system must be completed with suitable conditions on the boundary $\partial\Omega$ and at infinity. First of all, we assume that the particle moves rigidly into the fluid and that the fluid adheres to the particle. Moreover, we assume that the perturbation decays at infinity, so that the perturbed kinetic field tends at infinity to the basic kinetic field. So we look for a solution to (2.1) satisfying the conditions

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(\xi) &= \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\omega} \times (\xi - o), & \xi \in \partial\Omega, \\ \lim_{x \rightarrow \infty} |\mathbf{u}(x) - \mathbf{u}_0(x)| &= 0. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Setting

$$\bar{\mathbf{u}} = \mathbf{u} - \mathbf{u}_0|_{\bar{\Omega}^e} \quad \text{e} \quad \bar{p} = p - p_0|_{\bar{\Omega}^e},$$

the pair $(\bar{\mathbf{u}}, \bar{p})$ is a solution vanishing at infinity to problem (2.1)–(2.4) with

$$\mathbf{a}(\xi) = \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\omega} \times (\xi - o) - \mathbf{u}_0(\xi) \quad (3.2)$$

and it can be expressed in the form (2.16). Then, we have

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \mathbf{u}_0|_{\bar{\Omega}^c} + \mathbf{w}^{(e)}[\boldsymbol{\varphi}] + \mathbf{v}^{(e)}[\boldsymbol{\psi}], \\ p &= p_0|_{\bar{\Omega}^c} + \varpi^{(e)}[\boldsymbol{\varphi}] + P^{(e)}[\boldsymbol{\psi}]. \end{aligned} \quad (3.3)$$

The force and torque acting on the rigid particle are given by

$$\mathbf{f} = \int_{\partial\Omega} \mathbf{t}[\mathbf{u}, p] \, da \quad \text{and} \quad \mathbf{m} = \int_{\partial\Omega} (\xi - o) \times \mathbf{t}[\mathbf{u}, p] \, da. \quad (3.4)$$

Taking into account (3.3) and the linearity of \mathbf{t} , (3.4)₁ becomes

$$\mathbf{f} = \int_{\partial\Omega} \mathbf{t}[\mathbf{u}_0, p_0] \, da + \int_{\partial\Omega} \mathbf{t}^{(e)}[\mathbf{w}[\boldsymbol{\varphi}], \varpi[\boldsymbol{\varphi}]] \, da + \int_{\partial\Omega} \mathbf{t}^{(e)}[\mathbf{v}[\boldsymbol{\psi}], P[\boldsymbol{\psi}]] \, da$$

The pair (\mathbf{u}_0, p_0) satisfies equation (2.3) in the whole space, and then

$$\int_{\partial\Omega} \mathbf{t}[\mathbf{u}_0, p_0] \, da = \int_{\Omega} \operatorname{div} \mathbf{T}[\mathbf{u}_0, p_0] \, dv = \mathbf{0}.$$

Similarly, taking into account (2.7), we have

$$\begin{aligned} \int_{\partial\Omega} \mathbf{t}^{(e)}[\mathbf{w}[\boldsymbol{\varphi}], \varpi[\boldsymbol{\varphi}]] \, da &= \int_{\partial\Omega} \mathbf{t}^{(i)}[\mathbf{w}[\boldsymbol{\varphi}], \varpi[\boldsymbol{\varphi}]] \, da \\ &= \int_{\Omega} \operatorname{div} \mathbf{T}^{(i)}[\mathbf{w}[\boldsymbol{\varphi}], \varpi[\boldsymbol{\varphi}]] \, da = \mathbf{0}. \end{aligned}$$

Finally, from (2.10) and (2.9) and recalling that $\boldsymbol{\psi}$ is a solution of the equation (2.14)₁, we have

$$\mathbf{t}^{(e)}[\mathbf{v}[\boldsymbol{\psi}], P[\boldsymbol{\psi}]] = -\boldsymbol{\psi}. \quad (3.5)$$

Collecting the previous relations, we obtain

$$\mathbf{f} = - \int_{\partial\Omega} \boldsymbol{\psi} \, da. \quad (3.6)$$

By a quite analogous argument, we find

$$\mathbf{m} = - \int_{\partial\Omega} (\xi - o) \times \boldsymbol{\psi} \, da. \quad (3.7)$$

The density ψ belongs to \mathcal{V}^* and then it can be expressed as a linear combination of the six functions $\{\alpha_i, \beta_i\}_{i \in \{1,2,3\}}$:

$$\psi = h_i \alpha_i + k_i \beta_i = (\alpha_i \otimes e_i) \mathbf{h} + (\beta_i \otimes e_i) \mathbf{k} \quad (3.8)$$

($\mathbf{h} = h_i e_i$, $\mathbf{k} = k_i e_i$). Substituting the last expression of ψ into (3.6) and (3.7), we have

$$\mathbf{f} = -\mathbf{K}\mathbf{h} - \mathbf{C}\mathbf{k} \quad \text{and} \quad \mathbf{m} = -\mathbf{D}\mathbf{h} - \mathbf{\Omega}\mathbf{k}, \quad (3.9)$$

where the following tensor has been introduced:

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= \int_{\partial\Omega} \alpha_i \otimes e_i \, da & \mathbf{\Omega} &= \int_{\partial\Omega} [(\xi - o) \times \beta_i] \otimes e_i \, da, \\ \mathbf{C} &= \int_{\partial\Omega} \beta_i \otimes e_i \, da, & \mathbf{D} &= \int_{\partial\Omega} [(\xi - o) \times \alpha_i] \otimes e_i \, da. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Next we prove that \mathbf{D} is the transpose of \mathbf{C} ; then, the resistance of a particle in a viscous fluid at sufficiently small Reynolds numbers is completely determined by the three tensors \mathbf{K} , $\mathbf{\Omega}$ and \mathbf{C} . Following Happel and Brenner ([4], ch. 5) we call it, respectively, the *translational*, *rotational* and *coupling resistance tensors*.

Lemma 3.1. *Let ψ_1 and ψ_2 be any two densities of \mathcal{V}^* . Then*

$$\int_{\partial\Omega} \mathbf{v}[\psi_1] \cdot \psi_2 \, da = \int_{\partial\Omega} \psi_1 \cdot \mathbf{v}[\psi_2] \, da. \quad (3.11)$$

PROOF - Let S_R be a sphere of radius R centered at o and choose R so that $S_R \supset \Omega$; on multiplying equation $\text{div } \mathbf{T}^{(e)}[\mathbf{v}[\psi_1], P[\psi_1]] = \mathbf{0}$ by $\mathbf{v}[\psi_2]$ and integration on $\mathbb{C}\Omega \cap S_R$, one has:

$$\begin{aligned} 0 &= \int_{\mathbb{C}\Omega \cap S_R} \text{div } \mathbf{T}^{(e)}[\mathbf{v}[\psi_1], P[\psi_1]] \cdot \mathbf{v}[\psi_2] \, dv \\ &= \int_{\mathbb{C}\Omega \cap S_R} \text{div}(\mathbf{T}^{(e)}[\mathbf{v}[\psi_1], P[\psi_1]] \mathbf{v}[\psi_2]) \, dv - \int_{\mathbb{C}\Omega \cap S_R} \mathbf{T}^{(e)}[\mathbf{v}[\psi_1], P[\psi_1]] \cdot \hat{\nabla} \mathbf{v}[\psi_2] \, dv \\ &= \int_{\partial\Omega} \psi_1 \cdot \mathbf{v}[\psi_2] \, da + \int_{\partial S_R} \mathbf{T}^{(e)}[\mathbf{v}[\psi_1], P[\psi_1]] e_R \cdot \mathbf{v}[\psi_2] \, da \\ &\quad - \frac{1}{2\mu} \int_{\mathbb{C}\Omega \cap S_R} \left(\mathbf{T}^{(e)}[\mathbf{v}[\psi_1], P[\psi_1]] \cdot \mathbf{T}^{(e)}[\mathbf{v}[\psi_2], P[\psi_2]] + P[\psi_1] P[\psi_2] \right) \, dv. \end{aligned}$$

An analogous relation can be written interchanging the role of the densities ψ_1 and ψ_2 ; coupling the two formulas so obtained, we finally have

$$\int_{\partial\Omega} \psi_1 \cdot \mathbf{v}[\psi_2] \, da - \int_{\partial\Omega} \psi_2 \cdot \mathbf{v}[\psi_1] \, da = \int_{\partial S_R} \mathbf{T}^{(e)}[\mathbf{v}[\psi_1], P[\psi_1]] \mathbf{e}_R \cdot \mathbf{v}[\psi_2] \, da - \int_{\partial S_R} \mathbf{T}^{(e)}[\mathbf{v}[\psi_2], P[\psi_2]] \mathbf{e}_R \cdot \mathbf{v}[\psi_1] \, da.$$

The Lemma follows on evaluating the limit $R \rightarrow \infty$ and remarking that the integrals on the right hand side are $O(R^{-1})$. \square

Lemma 3.1 allows us to prove the following

Theorem 3.1. *The translational and rotational resistance tensors are symmetric. The tensor \mathbf{D} is the transpose of the coupling resistance tensor \mathbf{C} .*

PROOF - The components of \mathbf{K} in an orthonormal basis $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ are given by

$$K_{ij} = \mathbf{K} \mathbf{e}_j \cdot \mathbf{e}_i = \int_{\partial\Omega} \boldsymbol{\alpha}_i \cdot \mathbf{e}_j \, da = \int_{\partial\Omega} \boldsymbol{\alpha}_i \cdot \mathbf{v}[\boldsymbol{\alpha}_j] \, da.$$

The symmetry of \mathbf{K} follows by applying Lemma 3.1 to the pair of densities $\boldsymbol{\alpha}_i$ and $\boldsymbol{\alpha}_j$. In a quite similar way, the proof of the symmetry of $\boldsymbol{\Omega}$ is reduced to an application of Lemma 3.1 to the pair of densities $\boldsymbol{\beta}_i$ and $\boldsymbol{\beta}_j$. Finally, relation $\mathbf{D}^T = \mathbf{C}$ follows from Lemma 3.1 applied to the pair of densities $\boldsymbol{\alpha}_i$ and $\boldsymbol{\beta}_j$. \square

The following theorem concerns the properties of the resistance tensors for the *orthotropic* bodies, *i. e.* bodies having three mutually perpendicular planes intersecting in a center o .

Theorem 3.2. *Let Ω be an orthotropic body and denote with $(o, \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\})$ a reference system with the origin at the center of the body and the vectors $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ perpendicular to the symmetry planes. Then*

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= K_{11} \mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_1 + K_{22} \mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}_2 + K_{33} \mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}_3, \\ \boldsymbol{\Omega} &= \Omega_{11} \mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_1 + \Omega_{22} \mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}_2 + \Omega_{33} \mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{C} &= \mathbf{D} = \mathbf{0} \end{aligned} \tag{3.12}$$

PROOF - Let us consider any orthonormal system

$$\mathbf{e}'_j = Q_{ij} \mathbf{e}_i, \quad j \in \{1, 2, 3\}.$$

Correspondingly, we have

$$\mathbf{v}[\boldsymbol{\alpha}'_j] = \mathbf{e}'_j = Q_{ij} \mathbf{e}_i = Q_{ij} \mathbf{v}[\boldsymbol{\alpha}_i] = \mathbf{v}[Q_{ij} \boldsymbol{\alpha}_i]$$

and then

$$\alpha'_j = Q_{ij}\alpha_i.$$

In a quite similar way, we show that

$$\beta'_j = \sigma Q_{ij}\beta_i,$$

where $\sigma (= \pm 1)$ is the determinant of the orthogonal matrix with coefficients Q_{ij} . From these last relations, and taking into account the definition of the resistance tensors, we see that \mathbf{K} and $\mathbf{\Omega}$ behave as true tensors, while \mathbf{C} is a pseudo-tensor.

Furthermore, let us consider a reflection in the plane perpendicular to e_1 . Then, the matrix Q_{ij} takes the form

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

The components of the resistance tensors are then transformed as follows:

$$\begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{12} & K_{22} & K_{23} \\ K_{13} & K_{23} & K_{33} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} K_{11} & -K_{12} & -K_{13} \\ -K_{12} & K_{22} & K_{23} \\ -K_{13} & K_{23} & K_{33} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} & \Omega_{13} \\ \Omega_{12} & \Omega_{22} & \Omega_{23} \\ \Omega_{13} & \Omega_{23} & \Omega_{33} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \Omega_{11} & -\Omega_{12} & -\Omega_{13} \\ -\Omega_{21} & \Omega_{22} & \Omega_{23} \\ -\Omega_{31} & \Omega_{32} & \Omega_{33} \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & -C_{22} & -C_{23} \\ C_{31} & -C_{32} & -C_{33} \end{pmatrix}$$

On the other hand, the body is orthotropic and then the components of the resistance tensors must remain unchanged after the transformation. As a consequence, we have

$$K_{12} = K_{13} = 0, \quad \Omega_{12} = \Omega_{13} = 0,$$

$$C_{11} = C_{22} = C_{33} = C_{23} = C_{32} = 0.$$

Repeating the previous arguments for the two other symmetry planes, we obtain (3.12). \square

4 Exact solution to the Stokes system outside a sphere

On the ground of the results of Section 3, we recognize that the knowledge of the functions $\{\alpha_i, \beta_i\}_{i \in \{1,2,3\}}$, for a given shape of the particle, plays a crucial role in the evaluation of the force and torque acting on the particle moving in the fluid. Unfortunately, the explicit determination of these functions is not a simple matter and can be attained only when the particle has a simple shape. In this section and in the next one we analyze the case of a spherical particle and the case of an ellipsoidal particle, respectively.

If Ω is a sphere, then \mathcal{V}^* coincides with the set of the functions

$$\psi(\xi) = \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\omega} \times (\xi - o), \quad \xi \in \partial\Omega, \quad (4.1)$$

which are the restrictions of the rigid kinetic fields to $\partial\Omega$ (see [6], sec. 3.3). Taking into account the results of Appendix A (particularly, (A.3) and (A.6)), we can write

$$\alpha_i = \frac{3\mu}{2a} e_i, \quad \beta_i = \frac{3\mu}{a} e_i \times (\xi - o). \quad (4.2)$$

Substituting (4.2) in (3.10), we can explicitly evaluate the resistance tensors:

$$\mathbf{K} = 6\pi\mu a \mathbf{1}, \quad \boldsymbol{\Omega} = 8\pi\mu a^3 \mathbf{1}, \quad \mathbf{C} = \mathbf{0}.$$

Therefore, the force and torque acting on the spherical particle are

$$\mathbf{f} = -\mathbf{K}\mathbf{h} = -6\pi\mu a \mathbf{h}, \quad \mathbf{m} = -\boldsymbol{\Omega}\mathbf{k} = -8\pi\mu a^3 \mathbf{k},$$

where \mathbf{h} and \mathbf{k} must be determined by applying the compatibility conditions (2.17), which explicitly reads

$$\begin{aligned} \int_{\partial\Omega} [\mathbf{a} - \mathbf{h} - \mathbf{k} \times (\xi - o)] \cdot \mathbf{e}_i \, da &= 0, \\ \int_{\partial\Omega} [\mathbf{a} - \mathbf{h} - \mathbf{k} \times (\xi - o)] \cdot [\mathbf{e}_i \times (\xi - o)] \, da &= 0, \end{aligned} \quad (4.3)$$

($i \in \{1, 2, 3\}$). From these relations we easily obtain

$$\mathbf{h} = \frac{1}{4\pi a^2} \int_{\partial\Omega} \mathbf{a} \, da \quad \text{and} \quad \mathbf{k} = \frac{3}{8\pi a^4} \int_{\partial\Omega} (\xi - o) \times \mathbf{a} \, da.$$

In particular, giving to \mathbf{a} the form (3.2), we find

$$\mathbf{h} = \boldsymbol{\tau} - \frac{1}{4\pi a^2} \int_{\partial\Omega} \mathbf{u}_0 \, da \quad \text{and} \quad \mathbf{k} = \boldsymbol{\omega} - \frac{3}{8\pi a^4} \int_{\partial\Omega} (\boldsymbol{\xi} - \mathbf{o}) \times \mathbf{u}_0 \, da.$$

The force acting on the particle is therefore

$$\mathbf{f} = -6\pi\mu a \boldsymbol{\tau} + \frac{3\mu}{2a} \int_{\partial\Omega} \mathbf{u}_0 \, da.$$

Taking into account that, for any solution of the homogeneous Stokes system, the kinetic field is biharmonic, by applying the mean value theorem

$$\mathbf{u}_0(\mathbf{o}) + \frac{a^2}{6} \Delta \mathbf{u}_0(\mathbf{o}) = \frac{1}{4\pi a^2} \int_{\partial\Omega} \mathbf{u}_0 \, da,$$

(see, for instance, [3], pag. 21) we finally obtain the Faxén formula

$$\mathbf{f} = -6\pi\mu a (\boldsymbol{\tau} - \mathbf{u}_0(\mathbf{o})) + \pi\mu a^3 \Delta \mathbf{u}_0(\mathbf{o}) \quad (4.4)$$

which reduces to the well known Stokes formula

$$\mathbf{f} = -6\pi\mu a \boldsymbol{\tau} \quad (4.5)$$

when the fluid is initially at rest.

Similarly, the expression of the torque acting on the particle is

$$\mathbf{m} = -8\pi\mu a^3 \boldsymbol{\omega} + \frac{3\mu}{a} \int_{\partial\Omega} (\boldsymbol{\xi} - \mathbf{o}) \times \mathbf{u}_0 \, da.$$

Applying the curl theorem and taking into account that $\text{curl } \mathbf{u}_0$ is an harmonic function, we have

$$\int_{\partial\Omega} (\boldsymbol{\xi} - \mathbf{o}) \times \mathbf{u}_0 \, da = a \int_{\Omega} \text{curl } \mathbf{u}_0 \, da = \frac{4\pi a^3}{3} \text{curl } \mathbf{u}_0(\mathbf{o})$$

and the torque takes the form

$$\mathbf{m} = -8\pi\mu a^3 \left[\boldsymbol{\omega} - \frac{1}{2} \text{curl } \mathbf{u}_0(\mathbf{o}) \right]. \quad (4.6)$$

It is interesting to apply the previous results to the case of an unperturbed flow (\mathbf{u}_0, p_0) whose gradient is nearly constant on the scale of the dimension of the immersed particle. Then, the kinetic field \mathbf{u}_0 can be approximated, at the first order, in the form

$$\mathbf{u}_0(\mathbf{x}) = \mathbf{c} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{x} - \mathbf{o}) + \mathbf{S}(\mathbf{x} - \mathbf{o}), \quad (4.7)$$

where $\mathbf{c} = \mathbf{u}_0(o)$, \mathbf{w} is the adjoint vector of the skew part of $\nabla \mathbf{u}_0(o)$ and $\mathbf{S} = \hat{\nabla} \mathbf{u}_0(o)$. Obviously, it must be $\text{tr } \mathbf{S} = 0$, in order to satisfy condition $\text{div } \mathbf{u}_0 = 0$.

The evaluation of the two vectors \mathbf{h} and \mathbf{k} from (4.3) gives

$$\mathbf{h} = \boldsymbol{\tau} - \mathbf{c} \quad \text{and} \quad \mathbf{k} = \boldsymbol{\omega} - \mathbf{w}$$

so that, according to (3.3), the perturbed kinetic field past the sphere can be written as

$$\mathbf{u}(x) = \mathbf{c} + \mathbf{w} \times (x - o) + \mathbf{S}(x - o) + \mathbf{v}[\boldsymbol{\psi}](x) + \hat{\mathbf{u}}(x),$$

where

$$\boldsymbol{\psi}(\xi) = \frac{3\mu}{2a}(\boldsymbol{\tau} - \mathbf{c}) + \frac{3\mu}{a}(\boldsymbol{\omega} - \mathbf{w})(\xi - o), \quad (4.8)$$

while $\hat{\mathbf{u}}$ should be expressed in form of a double layer potential. In fact, $\hat{\mathbf{u}}$ can be also written as a single layer potential; indeed, it must be a solution to the Stokes system vanishing at infinity and satisfying the boundary condition

$$\hat{\mathbf{u}}(\xi) = -\mathbf{S}(\xi - o).$$

Taking into account (A.7), we see that we can take $\hat{\mathbf{u}}$ as the single layer potential with density

$$\boldsymbol{\psi}'(\xi) = -\frac{5\mu}{a}\mathbf{S}(\xi - o). \quad (4.9)$$

In conclusion, the flow past the sphere is

$$\mathbf{u}(x) = \mathbf{c} + \mathbf{w} \times (x - o) + \mathbf{S}(x - o) + \mathbf{v}[\boldsymbol{\psi} + \boldsymbol{\psi}'](x) \quad (4.10)$$

with $\boldsymbol{\psi}$ and $\boldsymbol{\psi}'$ given by (4.8) and (4.9).

This result is useful in the evaluation of the effective viscosity of a suspension of particles in a fluid (see [4], ch. 9). Indeed, let us consider a container filled with a viscous fluid; in order to maintain the system in a stationary state (\mathbf{u}_0, p_0) , we must spend a power

$$P = \int_{\partial C} \mathbf{t}[\mathbf{u}_0, p_0] \cdot \mathbf{u}_0 \, da, \quad (4.11)$$

where C is the volume of the container. By applying the divergence theorem, we easily obtain

$$P = 2\mu \int_C \hat{\nabla} \mathbf{u}_0 \cdot \hat{\nabla} \mathbf{u}_0 \, dv. \quad (4.12)$$

Then, we can determine the viscosity of the fluid by measuring the power P .

If we now introduce a very large number of particles in the fluid and repeat the previous experiment, we find that we need a greater power P' in order to maintain the suspension in the same state (\mathbf{u}_0, p_0) . It is then reasonable to define the effective viscosity of the suspension as

$$\mu' = \frac{P'}{P} \mu. \quad (4.13)$$

The value μ' can be foreseen by observing that the fluid really fills the domain $C \setminus \cup_{i=1}^k \Omega_i$, where k is the number of the particles and Ω_i the domain occupied by the i -th particle. The perturbed flow is then the solution (\mathbf{u}, p) of the Stokes system with the boundary conditions

$$\mathbf{u}(\xi) = \begin{cases} \mathbf{u}_0(\xi), & \xi \in \partial C, \\ \boldsymbol{\tau}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times (\xi - o_i), & \xi \in \partial \Omega_i, \quad i \in \{1, \dots, k\}, \end{cases}$$

where, for any $i \in \{1, \dots, k\}$, o_i is a point of the rotation axis of the i -th particle.

The power supplied to the system can now be expressed as

$$P' = \int_{\partial \Omega} \mathbf{t}[\mathbf{u}, p] \cdot \mathbf{u}_0 \, da. \quad (4.14)$$

Multiplying equation $\operatorname{div} \mathbf{T}[\mathbf{u}, p] = \mathbf{0}$ by \mathbf{u}_0 , equation $\operatorname{div} \mathbf{T}[\mathbf{u}_0, p_0] = \mathbf{0}$ by \mathbf{u} and integrating on $C \setminus \cup_{i=1}^k \Omega_i$, we find

$$\begin{aligned} \int_{\partial C} \mathbf{t}[\mathbf{u}, p] \cdot \mathbf{u}_0 \, da - \sum_{i=1}^k \int_{\partial \Omega_i} \mathbf{t}[\mathbf{u}, p] \cdot \mathbf{u}_0 \, da \\ = \int_{\partial C} \mathbf{t}[\mathbf{u}_0, p_0] \cdot \mathbf{u}_0 \, da - \sum_{i=1}^k \int_{\partial \Omega_i} \mathbf{t}[\mathbf{u}_0, p_0] \cdot \mathbf{u} \, da. \end{aligned} \quad (4.15)$$

The sum at the right hand side vanishes; indeed, for any $i \in \{1, \dots, k\}$,

$$\begin{aligned} \int_{\partial \Omega_i} \mathbf{t}[\mathbf{u}_0, p_0] \cdot \mathbf{u} \, da \\ = \left(\int_{\Omega_i} \operatorname{div} \mathbf{T}[\mathbf{u}_0, p_0] \, dv \right) \cdot \boldsymbol{\tau}_i + \left(\int_{\Omega_i} (x - o_i) \times \operatorname{div} \mathbf{T}[\mathbf{u}_0, p_0] \, dv \right) \cdot \boldsymbol{\omega}_i \\ = \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Substituting (4.15) and (4.16) in (4.14), taking into account (4.11) and setting $\bar{\mathbf{u}} = \mathbf{u} - \mathbf{u}_0$, we finally have

$$P' = P - \sum_{i=1}^k \int_{\partial\Omega_i} \mathbf{t}[\mathbf{u}, p] \cdot \bar{\mathbf{u}} \, da,$$

where we have made the assumption that both the force and torque acting on each particle vanish. Finally, from this last relation and (4.13) it follows

$$\frac{\mu'}{\mu} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^k \int_{\partial\Omega_i} \mathbf{t}[\mathbf{u}, p] \cdot \bar{\mathbf{u}} \, da}{P} \quad (4.17)$$

In order to determine the effective viscosity, we have to evaluate the integrals appearing at the right hand side in the last identity. To this end, we assume that the particles have spherical shape and that their density is small, so that we can neglect the interactions between each particle with the other particles and the walls of the container. In these hypotheses, we can assume that, in a neighborhood of the i -th particle, the unperturbed and perturbed kinetic fields are respectively expressed by (4.7) and (4.10) with $o = o_i$. Moreover, from (4.4) and (4.6) we see that, if the requirements that the force and torque on each particle are zero have to hold, then it must be $\boldsymbol{\tau}_i = \mathbf{c}_i$ and $\boldsymbol{\omega}_i = \mathbf{w}_i$ for any $i \in \{1, \dots, k\}$; as a consequence, from (4.8) we have $\boldsymbol{\psi} = \mathbf{0}$. In conclusion, the kinetic and pressure fields near the i -th particles are

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(x) &= \mathbf{u}_0(x) + \mathbf{v}[\boldsymbol{\psi}'_i](x), \\ p(x) &= p_0(x) + P[\boldsymbol{\psi}'_i](x), \end{aligned}$$

with

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_0(x) &= \mathbf{c}_i + \mathbf{w}_i \times (x - o_i) + \mathbf{S}_i(x - o_i) \\ p_0(x) &= c_i \end{aligned}$$

($c_i = p_0(o_i)$) and

$$\boldsymbol{\psi}'_i(\boldsymbol{\xi}) = -\frac{5\mu}{a} \mathbf{S}_i(\boldsymbol{\xi} - o_i).$$

The contribution of the unperturbed flow to the force density can be directly evaluated and is

$$\mathbf{t}[\mathbf{u}_0, p_0] = -c_i \mathbf{n} + 2\mu \mathbf{S}_i \mathbf{n}.$$

As far as the single layer potential is concerned, we start by observing that the pair $(\mathbf{v}[\psi'_i], P[\psi'_i])$ satisfies the Stokes system in Ω and the boundary condition $\mathbf{v}[\psi'_i](\xi) = -\mathbf{S}_i(\xi - o)$ on $\partial\Omega$; then, by uniqueness, it is

$$\mathbf{v}[\psi'_i](x) = -\mathbf{S}_i(x - o), \quad P[\psi'_i](x) = c'_i, \quad \forall x \in \bar{\Omega}.$$

This stated, we have

$$\mathbf{t}^{(e)}[\mathbf{v}[\psi'_i], P[\psi'_i]] = \mathbf{t}^{(i)}[\mathbf{v}[\psi'_i], P[\psi'_i]] - \psi'_i = -c'_i \mathbf{n} + 3\mu \mathbf{S}_i \mathbf{n}$$

and then

$$\mathbf{t}[\mathbf{u}, p] = \mathbf{t}[\mathbf{u}_0, p_0] + \mathbf{t}^{(e)}[\mathbf{v}[\psi'_i], P[\psi'_i]] = -\bar{c}_i \mathbf{n} + 5\mu \mathbf{S}_i \mathbf{n}$$

($\bar{c}_i = c_i + c'_i$). Consequently,

$$\int_{\partial\Omega_i} \mathbf{t}[\mathbf{u}, p] \cdot \bar{\mathbf{u}} \, da = -a \int_{\partial\Omega_i} (-\bar{c}_i \mathbf{n} + 5\mu \mathbf{S}_i \mathbf{n}) \cdot \mathbf{S}_i \mathbf{n} \, da = -5\mu v \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_i.$$

Recalling the meaning of the tensor \mathbf{S}_i and definitions (4.12), (4.17) finally becomes

$$\frac{\mu'}{\mu} = 1 + \frac{5 \sum_{i=1}^k v \hat{\nabla} \mathbf{u}_0(o_i) \cdot \hat{\nabla} \mathbf{u}_0(o_i)}{2 \int_C \hat{\nabla} \mathbf{u}_0 \cdot \hat{\nabla} \mathbf{u}_0 \, dv}$$

If the particles are continuously distributed in the fluid, we can replace the summation on the right hand side by an integral

$$\frac{\mu'}{\mu} = 1 + \frac{5 \int_C \phi \hat{\nabla} \mathbf{u}_0 \cdot \hat{\nabla} \mathbf{u}_0 \, dv}{2 \int_C \hat{\nabla} \mathbf{u}_0 \cdot \hat{\nabla} \mathbf{u}_0 \, dv}.$$

In the last identity ϕ is a function which represents the fraction of the volume occupied by the particles. In particular, if the particles are uniformly distributed, then ϕ is a constant, so that

$$\frac{\mu'}{\mu} = 1 + \frac{5}{2} \phi. \quad (4.18)$$

This relation is known as the *Einstein formula* for the viscosity of a dilute suspension of spherical particles.

5 Exact solution to the Stokes system outside a spheroid

In this section we study the motion in a viscous fluid of a particle having the shape of an ellipsoid of equation

$$(\xi - o) \cdot \mathbf{I}(\xi - o) = 1, \quad (5.1)$$

with \mathbf{I} a symmetric, positive definite tensor.

In [10] (see also [13]) we proved that, in this case, \mathcal{V}^* is the set of functions

$$\psi(\xi) = \frac{\boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\omega} \times (\xi - o)}{|\mathbf{I}(\xi - o)|}, \quad \xi \in \partial\Omega, \quad (5.2)$$

for any choice of the constant vectors $\boldsymbol{\tau}$ and $\boldsymbol{\omega}$. In other words, for any density (5.2) the corresponding simple layer potential is a rigid kinetic field in $\bar{\Omega}$. In order to establish the relation between the arbitrary vectors $\boldsymbol{\tau}$ and $\boldsymbol{\omega}$ and the characteristic vectors of the rigid motion we have to evaluate the integral (2.5)₁. For the sake of simplicity, we confine ourselves to the particular case of an ellipsoid having an axis of symmetry (a *spheroid*).

In a reference system with the origin at the center o of the ellipsoid and the unit vector \mathbf{e}_3 having the direction of the axis of symmetry, it is

$$\mathbf{I} = a^{-2}(\mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}_2) + c^{-2}\mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}_3 \quad (5.3)$$

(with a and c positive numbers) and the cartesian equation of the surface takes the form

$$(\xi - o) \cdot \mathbf{I}(\xi - o) = \frac{\xi_1^2 + \xi_2^2}{a^2} + \frac{\xi_3^2}{c^2} = 1. \quad (5.4)$$

The ellipsoid will be called *prolate*, if $a < c$, or *oblate*, if $a > c$.

The main goal of this section is the evaluation of the resistance tensors of an ellipsoid. To this end we first need to determine the functions $\{\boldsymbol{\alpha}_i, \boldsymbol{\beta}_i\}_{i \in \{1,2,3\}}$.

Theorem 5.1. *Let $\partial\Omega$ be an ellipsoid with an axis of symmetry. Then, the set of functions $\{\boldsymbol{\alpha}_i, \boldsymbol{\beta}_i\}_{i \in \{1,2,3\}}$ defined in (2.15) is given by*

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\alpha}_i(\xi) &= \alpha^{(i)} |\mathbf{I}(\xi - o)|^{-1} \mathbf{e}_i, \\ \boldsymbol{\beta}_i(\xi) &= \beta^{(i)} |\mathbf{I}(\xi - o)|^{-1} \mathbf{e}_i \times (\xi - o), \end{aligned} \quad (5.5)$$

where

$$\begin{aligned}
 \alpha^{(1)} = \alpha^{(2)} &= 4\mu \frac{c^2 - a^2}{a^2 c^2} \left(1 + \frac{2c^2 - 3a^2}{c\sqrt{c^2 - a^2}} \operatorname{setanh} \frac{\sqrt{c^2 - a^2}}{c} \right)^{-1}, \\
 \alpha^{(3)} &= 2\mu \frac{c^2 - a^2}{a^2 c^2} \left(\frac{2c^2 - a^2}{c\sqrt{c^2 - a^2}} \operatorname{setanh} \frac{\sqrt{c^2 - a^2}}{c} - 1 \right)^{-1}, \\
 \beta^{(1)} = \beta^{(2)} &= 4\mu \frac{c^2 - a^2}{a^2 c^2} \left(\frac{2c^2 - a^2}{c\sqrt{c^2 - a^2}} \operatorname{setanh} \frac{\sqrt{c^2 - a^2}}{c} - 1 \right)^{-1}, \\
 \beta^{(3)} &= 2\mu \frac{c^2 - a^2}{a^2 c^2} \left(1 - \frac{a^2}{c\sqrt{c^2 - a^2}} \operatorname{setanh} \frac{\sqrt{c^2 - a^2}}{c} \right)^{-1},
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

for the prolate ellipsoid, and

$$\begin{aligned}
 \alpha^{(1)} = \alpha^{(2)} &= 4\mu \frac{a^2 - c^2}{a^2 c^2} \left(\frac{3a^2 - 2c^2}{c\sqrt{a^2 - c^2}} \arctan \frac{\sqrt{a^2 - c^2}}{c} - 1 \right)^{-1}, \\
 \alpha^{(3)} &= 2\mu \frac{a^2 - c^2}{a^2 c^2} \left(1 + \frac{a^2 - 2c^2}{c\sqrt{a^2 - c^2}} \arctan \frac{\sqrt{a^2 - c^2}}{c} \right)^{-1}, \\
 \beta^{(1)} = \beta^{(2)} &= 4\mu \frac{a^2 - c^2}{a^2 c^2} \left(1 + \frac{a^2 - 2c^2}{c\sqrt{a^2 - c^2}} \arctan \frac{\sqrt{a^2 - c^2}}{c} \right)^{-1}, \\
 \beta^{(3)} &= 2\mu \frac{a^2 - c^2}{a^2 c^2} \left(\frac{a^2}{c\sqrt{a^2 - c^2}} \arctan \frac{\sqrt{a^2 - c^2}}{c} - 1 \right)^{-1},
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

for the oblate one.

PROOF - A basis of \mathcal{V}^* is given by the six fields

$$|\mathbf{I}(\xi - o)|^{-1} \mathbf{e}_j, \quad |\mathbf{I}(\xi - o)|^{-1} \mathbf{e}_j \times (\xi - o)$$

and then, in principle, it must be

$$\begin{aligned}
 \alpha_i(\xi) &= |\mathbf{I}(\xi - o)|^{-1} [A_{ji} \mathbf{e}_j + \bar{A}_{ji} \mathbf{e}_j \times (\xi - o)], \\
 \beta_i(\xi) &= |\mathbf{I}(\xi - o)|^{-1} [\bar{B}_{ji} \mathbf{e}_j + B_{ji} \mathbf{e}_j \times (\xi - o)].
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

The first step is to show that the two matrices A_{ij} and B_{ij} are diagonal and the two matrices \bar{A}_{ij} and \bar{B}_{ij} vanish.

Substituting (5.8)₁ in (3.10)₁ we obtain

$$\mathbf{K} = \left(A_{ji} \int_{\partial\Omega} |\mathbf{I}(\xi - o)|^{-1} da \right) \mathbf{e}_j \otimes \mathbf{e}_i + \left(\bar{A}_{ji} \mathbf{e}_j \times \int_{\partial\Omega} |\mathbf{I}(\xi - o)|^{-1} (\xi - o) da \right) \otimes \mathbf{e}_i$$

and then, recalling (B.2) and (B.3),

$$\mathbf{K} = 4\pi a^2 c A_{ji} \mathbf{e}_j \otimes \mathbf{e}_i. \quad (5.9)$$

Similarly, from (5.8)₁ and (3.10)₃, we get

$$\mathbf{C} = 4\pi a^2 c \bar{B}_{ji} \mathbf{e}_j \otimes \mathbf{e}_i. \quad (5.10)$$

Now, on substituting (5.8)₁ in (3.10)₂ and recalling the vector identity

$$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{a}) = [|\mathbf{a}|^2 \mathbf{1} - \mathbf{a} \otimes \mathbf{a}] \mathbf{b},$$

we have

$$\begin{aligned} \mathbf{\Omega} = & - \left(\bar{B}_{ji} \mathbf{e}_j \times \int_{\partial\Omega} |\mathbf{I}(\xi - o)|^{-1} (\xi - o) da \right) \otimes \mathbf{e}_i \\ & + \left(B_{ji} \int_{\partial\Omega} |\mathbf{I}(\xi - o)|^{-1} [|\xi - o|^2 \mathbf{1} - (\xi - o) \otimes (\xi - o)] da \right) \mathbf{e}_j \otimes \mathbf{e}_i \end{aligned}$$

Then, taking into account (B.3) and (B.4), we get

$$\mathbf{\Omega} = \frac{4}{3} \pi a^2 c [(a^2 + c^2)(B_{1i} \mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_i + B_{2i} \mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}_i) + 2a^2 B_{3i} \mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}_i]. \quad (5.11)$$

In the same way we also obtain

$$\mathbf{D} = \frac{4}{3} \pi a^2 c [(a^2 + c^2)(\bar{A}_{1i} \mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_i + \bar{A}_{2i} \mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}_i) + 2a^2 \bar{A}_{3i} \mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}_i]. \quad (5.12)$$

On the other hand, the ellipsoid has three planes of symmetry and then (3.12) must hold. Comparing these expressions with (5.9)—(5.12), we deduce that the matrices A_{ji} and B_{ji} are diagonal and the matrices \bar{A}_{ji} and \bar{B}_{ji} vanish.

To complete the proof of the theorem, it remains to establish the values of the constants $\alpha^{(i)}$ and $\beta^{(i)}$ ($i \in \{1, 2, 3\}$). To this end we substitute (5.5)₁ (resp. (5.5)₂) in the expression (2.5)₁ of the simple layer potential and equate to \mathbf{e}_i (resp. $\mathbf{e}_i \times (x - o)$). In this way, we obtain the following six equations that must be satisfied for any $x \in \bar{\Omega}$:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha^{(i)}}{8\pi\mu} \left[\int_{\partial\Omega} \left(\frac{\mathbf{1}}{|x - \zeta|} + \frac{(x - \zeta) \otimes (x - \zeta)}{|x - \zeta|^3} \right) \frac{da}{|\mathbf{I}(\zeta - o)|} \right] \mathbf{e}_i = \mathbf{e}_i, \\ \frac{\beta^{(i)}}{8\pi\mu} \int_{\partial\Omega} \left(\frac{\mathbf{1}}{|x - \zeta|} + \frac{(x - \zeta) \otimes (x - \zeta)}{|x - \zeta|^3} \right) \frac{\mathbf{e}_i \times (\zeta - o)}{|\mathbf{I}(\zeta - o)|} da = \mathbf{e}_i \times (x - o). \end{aligned} \quad (5.13)$$

In particular, evaluating (5.13)₁ at $x = o$, we have

$$\frac{\alpha^{(i)}}{8\pi\mu} \left[\int_{\partial\Omega} \left(\frac{\mathbf{1}}{|\zeta - o|} + \frac{(\zeta - o) \otimes (\zeta - o)}{|\zeta - o|^3} \right) \frac{da}{|\mathbf{I}(\zeta - o)|} \right] \mathbf{e}_i = \mathbf{e}_i. \quad (5.14)$$

Moreover, taking the gradient of (5.13)₂ with respect to x and evaluating it at $x = o$, we get

$$\frac{\beta^{(i)}}{8\pi\mu} \left[\int_{\partial\Omega} \frac{(\varepsilon_{jik}\zeta_h - \varepsilon_{hik}\zeta_j)\zeta_k}{|\mathbf{I}(\zeta - o)||(\zeta - o)|^3} da \right] = \varepsilon_{jih}. \quad (5.15)$$

The determination of the constants $\alpha^{(i)}$ and $\beta^{(i)}$ is then reduced to the computation of the tensor integrals in the square brackets in (5.14) and (5.15). Taking into account (B.5)—(B.8), we easily get (5.6) or (5.7). \square

We can now complete the knowledge about the resistance properties of a spheroid by computing the resistance tensors \mathbf{K} and $\mathbf{\Omega}$. From (5.9), taking into account that A_{ji} is the diagonal matrix whose non zero elements are the $\alpha^{(i)}$, we obtain

$$\mathbf{K} = 4\pi a^2 c \alpha^{(i)} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_i.$$

Inserting in this expression the values of $\alpha^{(i)}$, we get

$$\mathbf{K} = K_{11}(\mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}_2) + K_{33}\mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}_3.$$

with

$$K_{11} = 16\pi\mu \frac{c^2 - a^2}{c} \left(\frac{2c^2 - 3a^2}{c\sqrt{c^2 - a^2}} \operatorname{setanh} \frac{\sqrt{c^2 - a^2}}{c} + 1 \right)^{-1},$$

$$K_{33} = 8\pi\mu \frac{c^2 - a^2}{c} \left(\frac{2c^2 - a^2}{c\sqrt{c^2 - a^2}} \operatorname{setanh} \frac{\sqrt{c^2 - a^2}}{c} - 1 \right)^{-1},$$

for the prolate ellipsoid and

$$K_{11} = 16\pi\mu \frac{a^2 - c^2}{c} \left(\frac{3a^2 - 2c^2}{c\sqrt{a^2 - c^2}} \arctan \frac{\sqrt{a^2 - c^2}}{c} - 1 \right)^{-1},$$

$$K_{33} = 8\pi\mu \frac{a^2 - c^2}{c} \left(1 + \frac{a^2 - 2c^2}{c\sqrt{a^2 - c^2}} \arctan \frac{\sqrt{a^2 - c^2}}{c} \right)^{-1},$$

for the oblate one. In the same way, we attain to the expression

$$\Omega = \Omega_{11}(\mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}_2) + \Omega_{33}\mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}_3.$$

where

$$\Omega_{11} = \frac{16}{3}\pi\mu\frac{c^4 - a^4}{c} \left(\frac{2c^2 - a^2}{c\sqrt{c^2 - a^2}} \operatorname{setanh} \frac{\sqrt{c^2 - a^2}}{c} - 1 \right)^{-1},$$

$$\Omega_{33} = \frac{16}{3}\pi\mu\frac{a^2(c^2 - a^2)}{c} \left(1 - \frac{a^2}{c\sqrt{c^2 - a^2}} \operatorname{setanh} \frac{\sqrt{c^2 - a^2}}{c} \right)^{-1},$$

in the prolate case, and

$$\Omega_{11} = \frac{16}{3}\pi\mu\frac{a^4 - c^4}{c} \left(1 + \frac{a^2 - 2c^2}{c\sqrt{a^2 - c^2}} \arctan \frac{\sqrt{a^2 - c^2}}{c} \right)^{-1},$$

$$\Omega_{33} = \frac{16}{3}\pi\mu\frac{a^2(a^2 - c^2)}{c} \left(\frac{a^2}{c\sqrt{a^2 - c^2}} \arctan \frac{\sqrt{a^2 - c^2}}{c} - 1 \right)^{-1},$$

in the oblate one.

6 Some isovolumic properties of the main resistances

The number K_{ii} ($i \in \{1, 2, 3\}$) we have evaluated at the end of the previous section, can be thought as the strength of the resistance that an ellipsoid encounters when it moves in a viscous fluid with unit velocity along its axis \mathbf{e}_i . A similar interpretation can be given to Ω_{ii} . We call K_{ii} and Ω_{ii} the *main (translational and rotational) resistances*. It is interesting to analyze how these quantities are affected by the geometrical characteristic of the particle. More particularly, we want to investigate the behavior exhibited by the translational resistance of a prolate ellipsoid moving along its axis, when the lengths a and c of the axes are let to vary under the constraints that the volume is kept constant.

To this end, it is helpful to express the main resistance in terms of the ratio between the axes:

$$d = \frac{c}{a}.$$

It is easily seen that K_{33} takes the form

$$K_{33} = 8\pi\mu a \frac{d^2 - 1}{d} \left(\frac{2d^2 - 1}{d\sqrt{d^2 - 1}} \operatorname{setanh} \frac{\sqrt{d^2 - 1}}{d} - 1 \right)^{-1} \quad (6.1)$$

and the constraint can be written as

$$\frac{4}{3}\pi a^3 d = v, \quad (6.2)$$

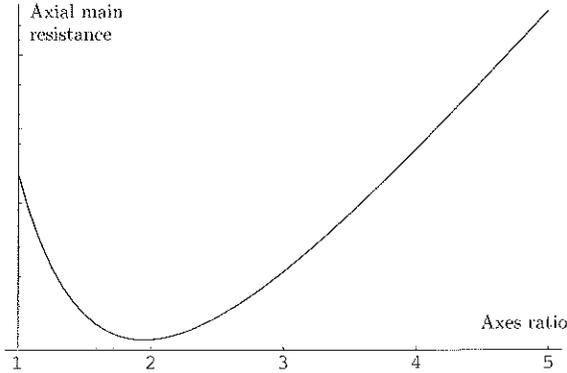


Figure 1: *the resistance on a prolate ellipsoid with fixed volume moving along its axis with unit velocity as a function of the ratio between its major and minor axes.*

The graph of K_{33} under the constraint (6.2) is plotted in figure 1 as a function of the axes ratio d . It appears that K_{33} takes its minimum value when the major axis c is nearly twice the minor axis a . This behavior is very interesting, because it shows that there is no connection between the extreme properties of the resistance K_{33} and the symmetry of the shape of the particle, as always happens in the electrostatic analogous.²

The following considerations are addressed to show how the behavior of the resistance can be explained as the result of the competition of two different effects, arising when the shape of the particle departs from the spherical one.

Let us start by remarking that, because of the definition (2.2) of the stress tensor, the surface density of the force acting on the particle can be decomposed as the sum

$$\mathbf{t}[\mathbf{u}, p] = \mathbf{t}_p[p] + \mathbf{t}_v[\mathbf{u}],$$

²A similar behavior was already pointed out by Villaggio ([15]) in the study of the elastic capacities of a spheroid by making use of completely different techniques.

with

$$\mathbf{t}_p[p] = -pn \quad \text{and} \quad \mathbf{t}_d[\mathbf{u}] = 2\mu \hat{\nabla} \mathbf{u} \mathbf{n} = \mathbf{t}[\mathbf{u}, p] + pn.$$

We shall refer to \mathbf{t}_p and \mathbf{t}_v as the pressure and viscous part of the surface density, respectively.

Let us consider the case of a pressure field associated to a simple layer potential, as defined in (2.5)₂; it is easily seen that it can be put in the form

$$P[\boldsymbol{\psi}](x) = -\frac{1}{4\pi} \operatorname{div} \int_{\partial\Omega} \frac{\boldsymbol{\psi}(\zeta)}{|x - \zeta|} da. \quad (6.3)$$

Recall now that the *newtonian single layer potential* u with density f is defined by

$$u[f](x) = \frac{1}{4\pi} \int_{\partial\Omega} \frac{f(\zeta)}{|x - \zeta|} da. \quad (6.4)$$

The derivatives of u satisfy, on $\partial\Omega$, the following jump relations (see [9], 77.VII):

$$(\partial_i u[f])^{(i)} - (\partial_i u[f])^{(e)} = n_i f. \quad (6.5)$$

A comparison between (6.3) and (6.4) shows that we can write

$$P[\boldsymbol{\psi}](x) = -\partial_i u[\psi_i](x).$$

Then, from (6.5), it follows

$$-P[\boldsymbol{\psi}]^{(i)} + P[\boldsymbol{\psi}]^{(e)} = \boldsymbol{\psi} \cdot \mathbf{n}.$$

On the other hand, if $\boldsymbol{\psi} \in \mathcal{V}^*$, then $P[\boldsymbol{\psi}]^{(i)} = 0$, so that

$$P[\boldsymbol{\psi}]^{(e)} = \boldsymbol{\psi} \cdot \mathbf{n}.$$

From this relation and (3.5) we derive

$$\mathbf{t}_p^{(e)}[\mathbf{v}[\boldsymbol{\psi}], P[\boldsymbol{\psi}]] = -P[\boldsymbol{\psi}]^{(e)} \mathbf{n} = -(\boldsymbol{\psi} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n},$$

$$\mathbf{t}_v^{(e)}[\mathbf{v}[\boldsymbol{\psi}], P[\boldsymbol{\psi}]] = \mathbf{t}^{(e)}[\mathbf{v}[\boldsymbol{\psi}], P[\boldsymbol{\psi}]] - \mathbf{t}_p^{(e)}[\mathbf{v}[\boldsymbol{\psi}], P[\boldsymbol{\psi}]] = -\boldsymbol{\psi} + (\boldsymbol{\psi} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n}.$$

Then, the forces due to the pressure and the viscosity are

$$\mathbf{f}_p = - \int_{\partial\Omega} (\boldsymbol{\psi} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} da \quad \text{and} \quad \mathbf{f}_v = - \int_{\partial\Omega} [\boldsymbol{\psi} - (\boldsymbol{\psi} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n}] da, \quad (6.6)$$

respectively.

In order to evaluate the contribution to the main resistance K_{33} of the pressure and viscous terms, we need to compute (6.6) corresponding to the density α_3 . Taking into account that the normal unity vector on the ellipsoid is given by

$$\mathbf{n}(\xi) = \frac{\mathbf{I}(\xi - o)}{|\mathbf{I}(\xi - o)|},$$

we have

$$\mathbf{f}_p = -\alpha^{(3)} \int_{\partial\Omega} [|\mathbf{I}(\xi - o)|^{-3} \mathbf{I}(\xi - o) \cdot \mathbf{e}_3] \mathbf{I}(\xi - o) da$$

with $\alpha^{(3)}$ given by (5.6)₂. The explicit evaluation of this integral gives (see (B.9))

$$\mathbf{f}_p = -K_p \mathbf{e}_3$$

with

$$K_p = 8\pi\mu \frac{a \frac{d}{\sqrt{d^2-1}} \operatorname{setanh} \frac{\sqrt{d^2-1}}{d} - 1}{d \frac{2d^2-1d}{\sqrt{d^2-1}} \operatorname{setanh} \frac{\sqrt{d^2-1}}{d} - 1}. \quad (6.7)$$

The contribution of the viscous part of the stress tensor is then

$$\mathbf{f}_v = -K_v \mathbf{e}_3$$

with

$$K_v = K_{33} - K_p.$$

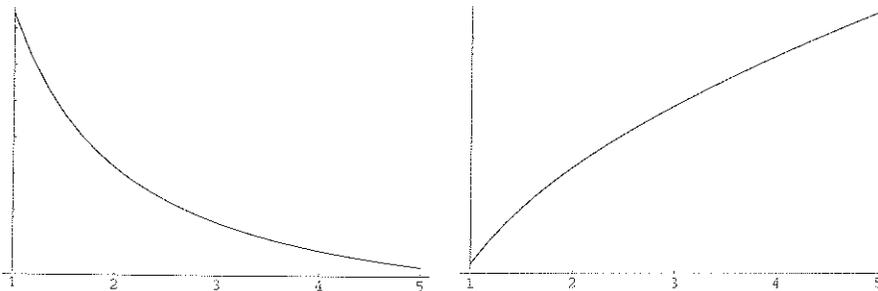


Figure 2: the pressure and viscous components of the axial main resistance (in two different scales).

Figure 2 shows the behavior of K_p and K_v , under the constraint (6.2), as a function of d . On one side, when the particle departs from the spherical

shape ($d = 1$), the contribution to the resistance due to the pressure decreases, because it depends pointwise on the angle between the normal to the surface and the direction of the motion. On the other hand, the contribution to the resistance due to the viscous part of the stress tensor increases with d , because it depends on the total surface of the particle. Then, the minimum of K_{33} is attained when the two effects balance each other.

Appendix A

In this appendix we consider a simple layer potential on a spherical surface of radius a with a constant density

$$\psi(\xi) = \tau \tag{A.1}$$

or with a linear density

$$\psi(\xi) = \mathbf{A}(\xi - o), \tag{A.2}$$

where τ is a vector, \mathbf{A} is a second order tensor and o the center of the sphere.

In the first case, we know that it must be $\mathbf{v}[\psi](x) = \alpha\tau$ for any $x \in \overline{\Omega}$ and then we have only to establish the value of the scalar constant α . By substituting (A.1) into (2.5) and equating to $\alpha\tau$, we get

$$\alpha = \frac{1}{8\pi\mu} \int_{\partial\Omega} \left(\frac{\mathbf{1}}{|x - \zeta|} + \frac{(x - \zeta) \otimes (x - \zeta)}{|x - \zeta|^3} \right) da.$$

The integral at the right hand side is constant on $\partial\Omega$ and then it can be evaluated at o . To this end, assigned any orthonormal basis $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$, we represent the sphere in the parametric form

$$\zeta - o = a(\sin\theta \cos\varphi \mathbf{e}_1 + \sin\theta \sin\varphi \mathbf{e}_2 + \cos\theta \mathbf{e}_3).$$

The computation of the integral becomes now a matter of routine and leads to the following result:

$$\mathbf{v}[\psi](x) = \frac{2a}{3\mu} \tau, \tag{A.3}$$

Let us consider now the case of the density (A.2). In particular, we are interested to the evaluation of $\mathbf{v}[\psi]$ on $\partial\Omega$. By substituting (A.2) in (2.5) and

making use of the trivial identity $\zeta - o = (\zeta - \xi) - (\xi - o)$, we obtain

$$\begin{aligned} \mathbf{v}[\psi](\xi) = & \frac{\mathbf{A}}{8\pi\mu} \left(\int_{\partial\Omega} \frac{\zeta - \xi}{|\zeta - \xi|} da_\zeta \right) + \\ & \frac{\mathbf{A}(\xi - o)}{8\pi\mu} \left(\int_{\partial\Omega} \frac{1}{|\zeta - \xi|} da_\zeta \right) + \\ & \frac{1}{8\pi\mu} \left(\int_{\partial\Omega} \frac{(\zeta - \xi) \otimes (\zeta - \xi) \otimes (\zeta - \xi)}{|\zeta - \xi|^3} da_\zeta \right) \mathbf{A} + \\ & \frac{1}{8\pi\mu} \left(\int_{\partial\Omega} \frac{(\zeta - \xi) \otimes (\zeta - \xi)}{|\zeta - \xi|^3} da_\zeta \right) \mathbf{A}(\xi - o) \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

so that we have to evaluate the four integrals in (A.4); to this end, it is convenient to choose a reference system with the origin at o and the vector \mathbf{e}_3 directed from o to ξ . In this system it is

$$\xi - o = a\mathbf{e}_3$$

and the surface of the sphere can be represented in the parametric form

$$\zeta - \xi = r(\theta)(\sin\theta \cos\varphi \mathbf{e}_1 + \sin\theta \sin\varphi \mathbf{e}_2 + \cos\theta \mathbf{e}_3) \quad (\text{A.5})$$

($\theta \in [0, \pi/2]$, $\varphi \in [0, 2\pi]$) with

$$r(\theta) = 2a \cos\theta.$$

The element of area in the representation (A.5) is given by

$$da = 2a^2 \sin 2\theta d\theta d\varphi.$$

We skip the computational details and limit ourselves to give the final result:

$$\mathbf{v}[\psi](\xi) = \frac{a}{\mu} \left[\frac{4}{15} \mathbf{A}(\xi - o) - \frac{1}{15} \mathbf{A}^T(\xi - o) - \frac{1}{15} (\text{tr } \mathbf{A})(\xi - o) \right]$$

In particular, if \mathbf{A} is skew, denoting with $\boldsymbol{\omega}$ its adjoint vector, we have

$$\mathbf{v}[\psi](\xi) = \frac{a}{3\mu} \boldsymbol{\omega} \times (\xi - o). \quad (\text{A.6})$$

If \mathbf{A} is a symmetric, traceless tensor then

$$\mathbf{v}[\psi](\xi) = \frac{a}{5\mu} \mathbf{A}(\xi - o) \quad (\text{A.7})$$

Appendix B

This Appendix is devoted to the evaluation of some integrals over an ellipsoidal surface having an axis of symmetry. To this end, we represent the surface in the parametric form

$$\xi - o = r(\theta)(\sin \theta \cos \varphi \mathbf{e}_1 + \sin \theta \sin \varphi \mathbf{e}_2 + \cos \theta \mathbf{e}_3) \quad (\text{B.1})$$

($\theta \in [0, \pi]$, $\varphi \in [0, 2\pi]$), where

$$r(\theta) = \frac{ac}{\sqrt{a^2 \cos^2 \theta + c^2 \sin^2 \theta}}.$$

In this representation, the measure of the element of area is given by

$$da = J(\theta)d\varphi d\theta$$

with

$$J(\theta) = \frac{a^2 c^2 \sin \theta \sqrt{a^4 \cos^2 \theta + c^4 \sin^2 \theta}}{(a^2 \cos^2 \theta + c^2 \sin^2 \theta)^2}.$$

The first formula we want to show is

$$\int_{\partial\Omega} |\mathbf{I}(\xi - o)|^{-1} da = 4\pi a^2 c, \quad (\text{B.2})$$

Indeed, in the parametric representation (B.1) it is

$$|\mathbf{I}(\xi - o)| = \frac{\sqrt{a^4 \cos^2 \theta + c^4 \sin^2 \theta}}{ac \sqrt{a^2 \cos^2 \theta + c^2 \sin^2 \theta}}$$

and then

$$\begin{aligned} \int_{\partial\Omega} |\mathbf{I}(\xi - o)|^{-1} da &= 2\pi a^3 c^3 \int_0^\pi \frac{\sin \theta}{(a^2 \cos^2 \theta + c^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} d\theta \\ &= 4\pi a^2 c, \end{aligned}$$

Now, let us prove the identity

$$\int_{\partial\Omega} |\mathbf{I}(\xi - o)|^{-1} (\xi - o) da = \mathbf{0}. \quad (\text{B.3})$$

Indeed, the three components of this vector integral are

$$\begin{aligned} A_1 &= a^4 c^4 \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 \theta \cos \varphi}{(a^2 \cos^2 \theta + c^2 \sin^2 \theta)^2} d\varphi d\theta = 0, \\ A_2 &= a^4 c^4 \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 \theta \sin \varphi}{(a^2 \cos^2 \theta + c^2 \sin^2 \theta)^2} d\varphi d\theta = 0, \\ A_3 &= 2\pi a^4 c^4 \int_0^\pi \frac{\sin \theta \cos \theta}{(a^2 \cos^2 \theta + c^2 \sin^2 \theta)^2} d\theta = 0. \end{aligned}$$

Next, we prove that

$$\begin{aligned} \int_{\partial\Omega} |\mathbf{I}(\xi - o)|^{-1} [|\xi - o|^2 \mathbf{1} - (\xi - o) \otimes (\xi - o)] da = \\ \frac{4}{3} \pi a^2 c [(a^2 + c^2)(\mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}_2) + 2a^2 \mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}_3] \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Indeed, the components I_{ij} of this integral, in the representation (B.1), are

$$\begin{aligned} I_{11} &= a^5 c^5 \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{(\sin^2 \theta \sin^2 \varphi + \cos^2 \theta) \sin \theta}{(a^2 \cos^2 \theta + c^2 \sin^2 \theta)^2} d\varphi d\theta = \frac{4}{3} \pi a^2 c (a^2 + c^2), \\ I_{22} &= a^5 c^5 \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{(\sin^2 \theta \cos^2 \varphi + \cos^2 \theta) \sin \theta}{(a^2 \cos^2 \theta + c^2 \sin^2 \theta)^2} d\varphi d\theta = \frac{4}{3} \pi a^2 c (a^2 + c^2), \\ I_{33} &= 2\pi a^5 c^5 \int_0^\pi \frac{\sin^3 \theta}{(a^2 \cos^2 \theta + c^2 \sin^2 \theta)^2} d\theta = \frac{8}{3} \pi a^4 c, \\ I_{12} = I_{21} &= -a^5 c^5 \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\sin^3 \theta \sin \varphi \cos \varphi}{(a^2 \cos^2 \theta + c^2 \sin^2 \theta)^2} d\varphi d\theta = 0, \\ I_{13} = I_{31} &= -a^5 c^5 \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 \theta \cos \theta \cos \varphi}{(a^2 \cos^2 \theta + c^2 \sin^2 \theta)^2} d\varphi d\theta = 0, \\ I_{23} = I_{32} &= -a^5 c^5 \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 \theta \cos \theta \sin \varphi}{(a^2 \cos^2 \theta + c^2 \sin^2 \theta)^2} d\varphi d\theta = 0. \end{aligned}$$

Let us evaluate, now, the tensor integral

$$\int_{\partial\Omega} \left(\frac{\mathbf{1}}{|\xi - o|} + \frac{(\xi - o) \otimes (\xi - o)}{|\xi - o|^3} \right) \frac{da}{|\mathbf{I}(\xi - o)|}.$$

Denoting by J_{ij} its components, we have

$$\begin{aligned}
 J_{11} &= a^2 c^2 \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{(1 + \sin^2 \theta \cos^2 \varphi) \sin \theta}{a^2 \cos^2 \theta + c^2 \sin^2 \theta} d\varphi d\theta, \\
 J_{22} &= a^2 c^2 \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{(1 + \sin^2 \theta \sin^2 \varphi) \sin \theta}{a^2 \cos^2 \theta + c^2 \sin^2 \theta} d\varphi d\theta, \\
 J_{33} &= 2\pi a^2 c^2 \int_0^\pi \frac{(1 + \cos^2 \theta) \sin \theta}{a^2 \cos^2 \theta + c^2 \sin^2 \theta} d\theta, \\
 J_{12} &= J_{21} = a^2 c^2 \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\sin^3 \theta \sin \varphi \cos \varphi}{a^2 \cos^2 \theta + c^2 \sin^2 \theta} d\varphi d\theta, \\
 J_{13} &= J_{31} = a^2 c^2 \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 \theta \cos \theta \cos \varphi}{a^2 \cos^2 \theta + c^2 \sin^2 \theta} d\varphi d\theta, \\
 J_{23} &= J_{32} = a^2 c^2 \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 \theta \cos \theta \sin \varphi}{a^2 \cos^2 \theta + c^2 \sin^2 \theta} d\varphi d\theta.
 \end{aligned}$$

All the integrals corresponding to the mixed components vanish, while for the diagonal components we find

$$\begin{aligned}
 J_{11} = J_{22} &= \frac{2\pi a^2 c^2}{c^2 - a^2} \left(1 + \frac{2c^2 - 3a^2}{c\sqrt{c^2 - a^2}} \operatorname{setanh} \frac{\sqrt{c^2 - a^2}}{c} \right), \\
 J_{33} &= \frac{4\pi a^2 c^2}{c^2 - a^2} \left(\frac{2c^2 - a^2}{c\sqrt{c^2 - a^2}} \operatorname{setanh} \frac{\sqrt{c^2 - a^2}}{c} - 1 \right),
 \end{aligned} \tag{B.5}$$

in the case of the prolate ellipsoid, and

$$\begin{aligned}
 J_{11} = J_{22} &= \frac{2\pi a^2 c^2}{a^2 - c^2} \left(\frac{3a^2 - 2c^2}{c\sqrt{a^2 - c^2}} \arctan \frac{\sqrt{a^2 - c^2}}{c} - 1 \right), \\
 J_{33} &= \frac{4\pi a^2 c^2}{c^2 - a^2} \left(1 + \frac{a^2 - 2c^2}{c\sqrt{a^2 - c^2}} \arctan \frac{\sqrt{a^2 - c^2}}{c} \right),
 \end{aligned} \tag{B.6}$$

for the oblate one.

Again, let us consider the integrals

$$H_{jih} = \int_{\partial\Omega} \frac{(\varepsilon_{jik}\zeta_h - \varepsilon_{hik}\zeta_j)\zeta_k}{|\mathbf{I}(\zeta - o)||(\zeta - o)|^3} da.$$

Making use of the parametric representation (B.1) we find that the only not vanishing components are

$$\begin{aligned} H_{123} = H_{312} &= \frac{2\pi a^2 c^2}{c^2 - a^2} \left(\frac{2c^2 - a^2}{c\sqrt{c^2 - a^2}} \operatorname{setanh} \frac{\sqrt{c^2 - a^2}}{c} - 1 \right), \\ H_{231} &= \frac{4\pi a^2 c^2}{c^2 - a^2} \left(1 - \frac{a^2}{c\sqrt{c^2 - a^2}} \operatorname{setanh} \frac{\sqrt{c^2 - a^2}}{c} \right), \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

for the prolate case and

$$\begin{aligned} H_{123} = H_{312} &= \frac{2\pi a^2 c^2}{a^2 - c^2} \left(1 + \frac{a^2 - 2c^2}{c\sqrt{a^2 - c^2}} \arctan \frac{\sqrt{a^2 - c^2}}{c} \right), \\ H_{231} &= \frac{4\pi a^2 c^2}{a^2 - c^2} \left(\frac{a^2}{c\sqrt{a^2 - c^2}} \arctan \frac{\sqrt{a^2 - c^2}}{c} - 1 \right), \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

for the oblate one.

Finally, we evaluate the vector integral

$$\int_{\partial\Omega} [|\mathbf{I}(\xi - o)|^{-3} \mathbf{I}(\xi - o) \cdot \mathbf{e}_3] \mathbf{I}(\xi - o) da.$$

The components of this integral, in the representation (B.1), are

$$\begin{aligned} a^5 c^5 \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta \sin^2 \theta \cos \varphi}{(a^4 \cos^2 \theta + c^4 \sin^2 \theta)(a^2 \cos^2 \theta + c^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} d\varphi d\theta, \\ a^5 c^5 \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta \sin^2 \theta \sin \varphi}{(a^4 \cos^2 \theta + c^4 \sin^2 \theta)(a^2 \cos^2 \theta + c^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} d\varphi d\theta, \\ 2\pi a^7 c^3 \int_0^\pi \frac{\cos^2 \theta \sin \theta}{(a^4 \cos^2 \theta + c^4 \sin^2 \theta)(a^2 \cos^2 \theta + c^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} d\theta. \end{aligned}$$

The first two integrals vanish. A computation of the third integral gives

$$\begin{aligned} \int_{\partial\Omega} [|\mathbf{I}(\xi - o)|^{-3} \mathbf{I}(\xi - o) \cdot \mathbf{e}_3] \mathbf{I}(\xi - o) da = \\ \frac{4\pi a^3 d}{d^2 - 1} \left(\frac{d}{\sqrt{d^2 - 1}} \operatorname{setanh} \frac{\sqrt{d^2 - 1}}{d} - 1 \right) \mathbf{e}_3. \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

References

- [1] CHWANG, A. T. & WU, T. Y.: Hydromechanics of low-Reynolds-number flow. Part 2. Singularity method for Stokes flows. *Fluid Mechanics*, **67** (1975), 787–815.
- [2] GALDI, G. P.: On the Steady Self-Propelled Motion of a Body in a Viscous Incompressible Fluid. *Arch. Rational Mech. Anal.*, **148** (1999), 53–88
- [3] M. E. GURTIN: *The Linear Theory of Elasticity*. In *Encyclopedia of Physics*, vol. VIa/2, *Mechanics of Solids II*. C. TRUESDELL ed. (1972).
- [4] J. HAPPEL & H. BRENNER: *Low Reynolds number hydrodynamics*, Noordhoff (1973).
- [5] G. B. JEFFERY: The Motion of Ellipsoidal Particles Immersed in a Viscous Fluid. *Proc. Roy. Soc. of London*, **A102** (1922), 161–179.
- [6] O. A. LADYZHENSKAYA: *The mathematical theory of viscous incompressible fluid*, Gordon and Breach (1969).
- [7] H. LAMB: *Hydrodynamics*, Cambridge University Press (1932).
- [8] C. MIRANDA: *Partial differential equations of elliptic type*, Springer Verlag (1966).
- [9] C. MIRANDA: *Istituzioni di analisi funzionale lineare*, Unione Matematica Italiana (1978).
- [10] P. MAREMONTI, R. RUSSO & G. STARITA: On the Stokes equations: the boundary value problem. In *Advances in fluid dynamics*, P. MAREMONTI ed., *Quaderni di Matematica* **4** (1999), 69–140.
- [11] A. OBERBECK: Ueber stationäre Flüssigkeitsbewegungen mit Berücksichtigung der inneren Reibung. *J. reine angew. Math.*, **81** (1876), 62–80.
- [12] F. K. G. ODQVIST: Über die randwertaufgaben der hydrodynamik zäher flüssigkeiten. *Math. Z.*, **32** (1930), 329–375.
- [13] G. STARITA & A. TARTAGLIONE: On the Neumann problem for the Stokes system. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, **12** (2002), 813–834.

- [14] G. STARITA & A. TARTAGLIONE: A note on the Robin value problem for the Stokes system. *Rendiconto dell'Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche*, **68** (2001), 129–138.
- [15] VILLAGGIO, P.: The Main Elastic Capacities of a Spheroid. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, **92** (1986), 337–353.

ISTRUZIONI PER LA REALIZZAZIONE DEI DATTILOSCRITTI

Il *Rendiconto* pubblica, di norma in lingua italiana, le comunicazioni fatte dai soci in una delle adunanze ordinarie dell'Accademia. I soci possono presentare anche lavori di altri autori. In questo caso l'accettazione della *Nota* per la pubblicazione è condizionata al parere favorevole di una commissione designata dall'Accademia.

Nella stesura della *Nota* si raccomanda l'uso di Microsoft® Word 2000 o in alternativa di LaTeX™. Le *note* dovranno essere presentate su supporto cartaceo, in triplice copia, e su supporto magnetico (floppy disk o Cd-Rom). La stesura dovrà essere conforme al modello che è riportato in *Appendice* al volume annuale: non sono ammesse modifiche al modello fornito.

I disegni di formule e grafici, contenuti in un rettangolo ideale del formato massimo di 125x190 mm, non possono essere accettati se prodotti a mano libera, essi dovranno essere realizzati ad alto contrasto e stampati con una stampante laser dalla buona risoluzione (600 dpi). Le fotografie, anche di grafici e disegni, devono essere stampate ad alto contrasto. Una copia a bassa risoluzione o una fotocopia di ciascuna fotografia, grafico o disegno, sarà collocata opportunamente nel dattiloscritto accompagnata dalla relativa didascalia, l'originale sarà sempre allegato a parte. Le fotografie a mezzi toni e quelle a colori, devono rispondere a criteri di riproducibilità ed essere utilizzate solo se necessarie per la completezza dell'esposizione. Le intestazioni delle figure e le relative didascalie non devono confondersi col testo. È consentita la presentazione delle fotografie e dei disegni in formato digitale solo nel caso in cui la scansione sia effettuata ad alta risoluzione.

Ogni pagina, inclusa la prima, dovrà essere numerata progressivamente. I riferimenti bibliografici possono essere indicati nel testo numericamente, in ordine di citazione, o per autore, mantenendo lo stesso criterio di presentazione nella Sezione Riferimenti Bibliografici (*References*). I riferimenti dovranno, in ogni caso, riportare nell'ordine: i nomi degli autori, l'anno di pubblicazione, il titolo completo, il titolo della rivista, il numero e la pagina di inizio e di fine lavoro. La struttura del dattiloscritto, i caratteri da utilizzare, le loro dimensioni e le spaziature sono indicate nell'esempio in *Appendice*.

I dattiloscritti non conformi alle norme previste non potranno essere accettati per la pubblicazione.

Saranno forniti gratuitamente 50 estratti, senza copertina, di ciascuna *Nota*, anche nel caso in cui il numero degli autori sarà superiore a uno. Ulteriori estratti e/o la richiesta di una copertina personalizzata saranno a carico degli autori che ne dovranno fare esplicita richiesta all'atto della presentazione del dattiloscritto per opportuna comunicazione preventiva all'Editore che comunicherà l'ammontare della spesa.

APPENDICE

NORME PER LA STESURA DI UN DATTILOSCRITTO

Prima pagina.

Si lasciano vuoti quattro righe dall'alto.

Titolo: **Grassetto, Times New Roman (TNR) 13 con testo centrato.**

**La Secca delle Formiche di Vivara
(canale d'Ischia, Campania)
Osservazioni Geomorfologico-strutturali e Faunistiche**

A distanza di 1 rigo digitare gli autori della nota con **caratteri TNR 11:**

Nota di Vincenzo Rosso¹, Nicola Verde² e Pasquale Bianco^{1,*}

A distanza di 0.5 righe digitare il nome del presentatore e la data dell'adunanza con **caratteri TNR 9:**

Presentata dal socio Michele Russo
(Adunanza del 6 febbraio, 1999)

A distanza di 1.5 righe digitare in lingua inglese le Key words con **caratteri TNR 9** come indicato:

Key words: stratigraphy, island, DNA, proteinase, etc.

A distanza di 0.5 righe digitare, come indicato, due riassunti con **caratteri TNR 9** di cui uno in italiano e l'altro in inglese:

Esempio di prima pagina

**Analisi sismologiche fatte
nella terra d'Otranto nel decennio 1970-1980**
Nota di Vincenzo Rosso¹, Nicola Verde² e Pasquale Bianco^{1*}

Presentata dal socio Michele Russo
(Adunanza del 6 febbraio, 1999)

Key words: : stratigraphy, Apulia, protein, hemoglobin etc.

Abstract - Abstract written in English language, in Times New Roman 9, justified; abstract written in English language, in Times New Roman 9, justified; abstract written in English language, in Times New Roman 9, justified; abstract written in English language, in Times New Roman 9, justified;

Riassunto - Scritto giustificato in Times New Roman 9, in italiano; scritto giustificato in Times New Roman 9, in italiano; scritto giustificato in Times New Roman 9, in italiano; scritto giustificato in Times New Roman 9, in italiano; scritto giustificato in Times New Roman 9, in italiano; scritto giustificato in Times New Roman 9, in italiano.

1 - INTRODUCTION

Primo capoverso dell'introduzione primo capoverso dell'introduzione, primo capoverso dell'introduzione.

(Al termine della prima pagina, a piè pagina si inserisce)

^{1,2}.. Indirizzi e le varie affiliazioni; tanti quanti necessari per i vari autori

* Author to whom correspondence should be addressed

(qui termina la nota a piè pagina e la pagina 1)

BIBLIOGRAFICI (REFERENCES). I riferimenti, di cui si forniscono esempi per periodici e libri, **vanno scritti in TNR 9 con i titoli in corsivo:**

Hudson, T.H. and Grillo, F.G. (1993) *Reactivation of an inactive human X chromosome*. Science, 230, 157-163.
Abrahams, R. and Marsden, J. (1978) *Foundation of mechanics*. Benjamin, New York, NY

Eventuali Ringraziamenti (Acknowledgements) per finanziamenti o altro vanno inseriti a piè di pagina al termine di RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI usando **TMS 9**.

Es:

Acknowledgements: i contributi economici, i ringraziamenti per notizie, altro.

Ricordare che come note a piè pagina della prima pagina, dopo una linea di divisione, vanno inseriti in **Times New Roman 9** i richiami e le eventuali annotazioni riguardanti il titolo e gli autori come nell'esempio:

¹ Dipartimento 1, indirizzo 1; Dipartimento 2, indirizzo 2 e così per i vari numeri che nel titolo distinguono gli autori.

* Author to whom correspondence should be addressed (Autore a cui indirizzare la corrispondenza)

